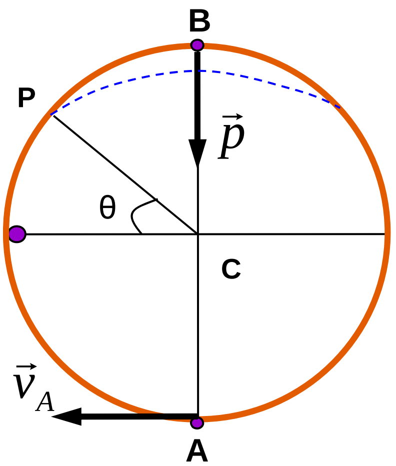
Olimpiada de Física

Olimpiada de Física 1999. Problema 1

1. Una partícula de masa "m" se mueve en un circulo vertical de radio "R", en el interior de una vía sin rozamiento. Sea V_A la rapidez de la partícula en su posición más baja. a) ¿Cuál es el valor mínimo, V_A (min) , de V_A , para el cual la masa "m" puede realizar un circulo completo sin perder contacto con la vía?. b) Supóngase que V_A = 0,775. V_A (min) . En este caso la partícula ascenderá hasta el punto P en el que perderá contacto con la vía. Determinar el ángulo θ que forma el radio CP con la horizontal.



a) ❑ En el punto B la fuerza centrípeta es el peso del cuerpo:

$$P = F_c \quad \Rightarrow \quad m.g = m\frac{v_B^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{g\,R}$$

❑ Puntos A y B, se cumple el P. de conservación de la E_{mec} :

$$Ep_A + Ec_A = Ep_B + Ec_B \qquad 0 + \frac{mv_A^2}{2} = mg2R + \frac{mv_B^2}{2}$$

❑ Sustituyendo la velocidad en B, obtenemos la velocidad en A:

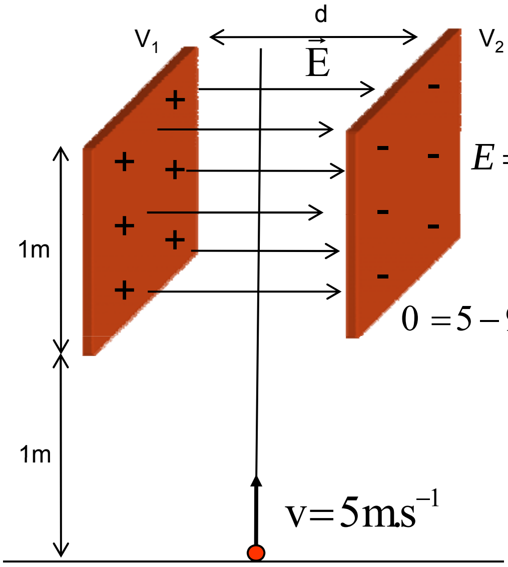
$$v_A^2 = 4gR + gR \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_A = \sqrt{5gR}\ (m.s^{-1})}$$

b) $$P_N = F_c \quad \Rightarrow m\,g\,sen\,\theta = m\frac{v_p^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v_p^2 = g\,R\,sen\,\theta$$

$$Em_A = Em_B \quad \Rightarrow \frac{m(0,775v_A)^2}{2} = \frac{m\,v_p^2}{2} + m\,g\,(R+h)$$

$$(0,775)^2 \,.\, 5gR = v_p^2 + 2gR + 2gR\,sen\theta \qquad sen\,\theta = \frac{0,775^2.5-2}{3} \qquad \boxed{\theta = 19^{\circ}\ 32'}$$

2. Se disponen verticalmente de dos láminas metálicas planas y paralelas, cuadradas y de 1 m de lado. Se sitúan a 20 cm una de la otra, y todo el conjunto a 1m del suelo. Se cargan las láminas de modo que su diferencia de potencial es de 20.000 v. Luego se lanza una gota de aceite de 10g, cargada con 10 nC y a la velocidad de 5 m/s, en una dirección vertical equidistante de las láminas. Determinar: a) La desviación horizontal que sufre la gota de aceite en su recorrido entre las placas. b) El trabajo realizado por el campo sobre la gota.



- La partícula al entrar en el campo eléctrico, estará sometida a una fuerza que la desviará horizontalmente:

$$E=\frac{V_1-V_2}{d}=\frac{2.10^4}{20.10^{-2}}=10^5\,\frac{V}{m} \qquad F=qE=ma \Rightarrow a=0{,}1\,m.s^{-2}$$

- Altura máxima y tiempo en alcanzarla:

$$0=5-9{,}8t_{h\max} \Rightarrow t_{h\max}=0{,}51s \qquad h_{\max}=5.0{,}5-\frac{1}{2}9{,}8.0{,}51^2=1{,}28m$$

- Velocidad cuando alcanza las placas y tiempo entre ellas:

$$5^2-v^2=2gs=2.9{,}8.1 \Rightarrow v=2{,}32\,m/s$$

$$0=2{,}32-9{,}8\,t_{entre\ placas} \Rightarrow t_{entre\ placas}=0{,}237\,s$$

- Mientras que la partícula está entre las placas, se está desviando horizontalmente:

$$\boxed{x=\frac{1}{2}a.t^2_{entre\ placas}=\frac{1}{2}.0{,}1.0{,}237=0{,}012\,m}$$

- Trabajo que realiza el campo eléctrico:

$$\boxed{W=F\,x=q\,E\,x=10.10^{-9}.10^5.1{,}2.10^{-2}=1{,}2.10^{-5}\,J}$$

1.- Aplicando la ecuación fundamental de la dinámica deduce una expresión matemática que nos permita calcular la rapidez de un planeta en su movimiento orbital alrededor del Sol. Con el dato obtenido deduce una expresión para calcular el tiempo que tarda ese planeta en dar una vuelta completa alrededor del Sol. ¿Cómo podríamos llamar a ese tiempo?.

- Según la ley de la Gravitación universal de Newton:

$$F_{S-P}=G\frac{M_{sol}.m_{planeta}}{d^2_{s-p}}=m_p a_p=m_p\frac{v_p^2}{d_{s-p}} \Rightarrow G\frac{M_s.m_p}{d^2_{s-p}}=m_p\frac{v_p^2}{d_{s-p}} \qquad \boxed{v=\sqrt{\frac{G.M_s}{d_{s-p}}}}$$

- Tiempo que tarda el planeta en dar una vuelta alrededor del Sol, período:

$$T\,\frac{2\pi d_{s-p}}{\sqrt{\frac{G.M_s}{d_{s-p}}}} \Rightarrow T^2=\frac{4\pi^2 d^3_{s-p}}{GM_s}=K.d^3_{s-p}$$

- Tercera ley de Kepler

2.- Comente la siguiente frase, indicando si le parece correcta o no, y dando razones que justifiquen su respuesta: "Si un objeto tiene doble potencial eléctrico que otro, también tiene doble de energía potencial eléctrica que el otro".

- **Incorrecta:**
  - El potencial es característico de cada punto de un campo eléctrico, no de los cuerpos que haya en ese punto.
  - La energía potencial electrostática de un cuerpo depende tanto del potencial del punto en que se encuentra el cuerpo, como de su carga eléctrica.

3.- Un conductor despistado que viaja con rapidez “v”, se da cuenta súbitamente de que está a una distancia “d” frente a un muro muy largo de piedra. Para evitar el choque se le ocurren dos opciones:
a) Frenar en línea recta. b) Girar el volante de forma que, sin variar su rapidez, logre evitar el choque.
Prescindiendo de la posibilidad de que el coche de “vueltas de campana” si sigue la segunda opción, ¿cuál de ellas exige neumáticos en mejor estado?

- **Frena en línea recta**:

$$F_R = \mu_1 mg = ma = m\frac{v^2}{2d} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mu_1 = \frac{v^2}{2dg}}$$

- En el movimiento rectilíneo uniformemente variado: $v = \sqrt{2ad} \Rightarrow a = \dfrac{v^2}{2d}$

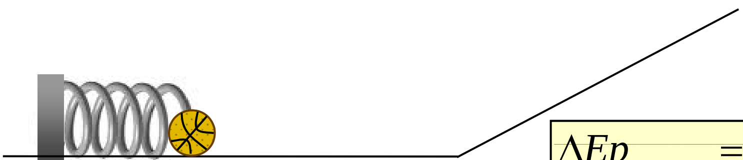
- **Frena describiendo una circunferencia de radio r = d**:

$$F_R = \mu_2 mg = ma = m\frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mu_2 = \frac{v^2}{rg} = \frac{v^2}{dg}}$$

- Exige neumáticos en mejor estado la opción segunda, puesto que tiene que ser mayor el rozamiento: $\mu_2 > \mu_1$

1. Mediante un muelle cuya constante elástica es 600 N/m, se quiere lanzar un cuerpo de 4 kg de manera que llegue desde el punto A hasta el C, situado a 2 m de altura sobre el suelo. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el suelo y el cuerpo es 0,2, en todo el recorrido. El plano inclinado forma un ángulo de 30º con la horizontal. La distancia AB es 3 m.
a) Haz un análisis energético del proceso, indicando los intercambios o transformaciones de energía que creas que se producen durante el fenómeno. b) ¿Cuánto debe estar comprimido el muelle para conseguir lo que se pretende?

- La energía potencial elástica del muelle cuando está comprimido en la posición A, se transforma en energía cinética en B, y luego esta en energía potencial gravitatoria en la posición C. Durante todo el recorrido, parte de la energía elástica, se pierde en trabajo debido al rozamiento.



$$\boxed{\Delta Ep_{Elastica\,A} = W_{Roz\,AB} + W_{Roz\,BC} + \Delta Ep_{gravitatoria\,C}}$$

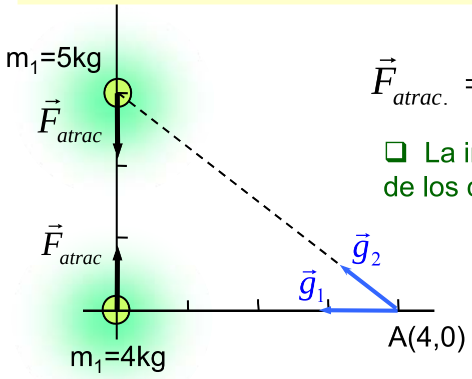
- Aplicamos la ecuación anterior, siendo A el punto de máxima compresión (x) del muelle:

$$\frac{1}{2}Kx^2 = \mu mg.AB + \mu mg.\cos\alpha.BC + mg\Delta h$$

$$\frac{1}{2}600N/m.x^2 = 0,2.4kg.9,8m/s^2.3m + 0,2.4kg.9,8m/s^2.\cos 30^o.\frac{2m}{sen\,30^o} + 4kg.9,8m/s^2.2m$$

$$\boxed{x = 0,66\ m}$$

2. Supongamos que en el espacio intergaláctico tenemos dos partículas de masa 4 y 5 kg en los puntos (0,0) y (0,3), medidas todas en unidades del SI. Calcular: a) La fuerza con que se atraen. b) La intensidad del campo gravitatorio creado por las dos partículas en el punto A(4,0) m. c) El trabajo realizado por el campo gravitatorio al transportar, en presencia de estas dos partículas, otra masa de 3 kg desde el punto A(4,0) m al punto B(6,7) m. G=6,67.10^{-11} (SI)



$$\vec{F}_{atrac.} = -G\frac{m_1.m_2}{r^2}.\vec{j} = -6,67.^{-11}\frac{4.5}{3^2}.\vec{j} = \boxed{1,48.10^{-10}\,\vec{j}\ (N)}$$

❑ La intensidad de campo gravitatorio en el punto A es la suma vectorial de los campos que crean en dicho punto cada una de las masas:

$$\vec{g}_1 = -G\frac{m_1}{r_1^2}.\vec{i} = -6,67.10^{-11}\frac{4}{4^2} = -1,67.10^{-11}\vec{i}\ (\frac{N}{kg})$$

$$\vec{g}_2 = -g_{2x}.\vec{i} + g_{2y}\,\vec{j} = -g_2.\cos\alpha\,\vec{i} + g_2.sen\alpha\,\vec{j} =$$

$$\vec{g}_2 = -6,67.10^{-11}\frac{5}{5^2}.\frac{4}{5}\vec{i} + 6,67.10^{-11}\frac{5}{5^2}.\frac{3}{5}\vec{j} = \left(-1,07.10^{-11}\vec{i} + 0,8.10^{-11}\vec{j}\right)\frac{N}{kg}$$

$$\boxed{\vec{g}_A = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = \left(-2,74.10^{-11}\vec{i} + 0,8.10^{-11}\vec{j}\right)\frac{N}{kg}}$$

$$W_{A\to B} = m_3(V_A - V_B) \qquad W_{A\to B} = 3.(-2G + 1,12G) = -2,64G\ J = \boxed{-1,76.10^{-10}\ J}$$

$$V_A = -G\left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2}\right) = -G\left(\frac{4}{4} + \frac{5}{5}\right) = -2G \qquad V_B = -G\left(\frac{m_1}{r_1'} + \frac{m_2}{r_2'}\right) = -G\left(\frac{4}{\sqrt{85}} + \frac{5}{\sqrt{52}}\right) = -1,12G$$

1. Tenemos dos cargas en los puntos A(0,0) y B(3,0). Razonar que condición deben cumplir para que en el punto P(2,0) se cumpla que: a) El campo eléctrico valga cero y el potencial eléctrico sea distinto de cero. b) El potencial eléctrico valga cero y el campo eléctrico sea distinto de cero. Repetir el razonamiento para el caso de que se trate de dos masas.

❑ Expresiones del campo eléctrico y del potencial eléctrico en el punto P:

$$\vec{E}_P = K\sum\left[\frac{q_A}{2^2} + \frac{q_B}{1^2}\right].\vec{i} \qquad V_P = K\left[\frac{q_A}{2} + \frac{q_B}{1}\right]$$

a) Cargas del mismo signo; la carga de A cuatro veces mayor que la carga de B.

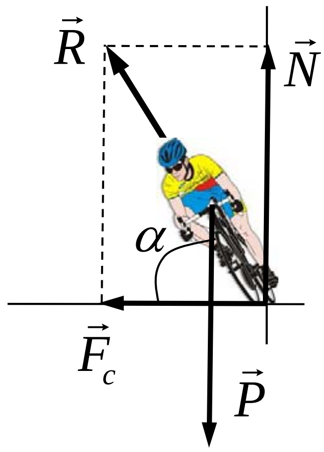
b) Cargas de distinto signo; la carga de A el doble que la carga de B.

❑ **Para el campo gravitatorio:**

a') Que la masa en el punto A sea cuatro veces mayor que la masa en el punto B.

b') El potencial gravitatorio nunca puede ser cero.

2. Cuando un ciclista toma una curva en bici sobre una pista horizontal (sin peralte),
a) La inclinación que debe adoptar el ciclista, ¿es tanto mayor cuanto mayor sea su peso?
b) ¿Cuál es la naturaleza de la fuerza que permite tomar la curva?



$$tg\,\alpha = \frac{N}{F_c} = \frac{P}{F_c} = \frac{mg}{m\dfrac{v^2}{r}} = \frac{g\,r}{v^2} = \frac{g}{w^2 r}$$

a) El peso del ciclista no influye en la inclinación. Sólo influye la velocidad y el radio de la curva.

b) La componente horizontal de la reacción ejercida por el suelo sobre el ciclista (fuerza de rozamiento), es la fuerza centrípeta que le permite tomar la curva. La componente vertical de dicha reacción equilibra el peso.

3. Un satélite está en órbita a 200 km de altura. Por televisión se transmiten imágenes del mismo en las que se pueden ver flotando a los objetos y astronautas. Alguien comenta a la persona que está con él: “Fíjate cómo se nota que a esa altura ya no hay gravedad”. Comenta esa frase, indicando si te parece una explicación correcta o no para lo que está viendo.

- ❑ A esa altura el valor de la gravedad se calcula aplicando la ley de la gravitación universal. Tendrá el valor que corresponda de acuerdo con la distancia de cualquier punto de la órbita al centro de la Tierra.

- ❑ Sin embargo, como la aceleración con la que cae el satélite es la misma que la aceleración de la gravedad, **el satélite con los astronautas y todos los objetos que les acompañan, se encuentran en estado de ingravidez: “ no pesan”.**

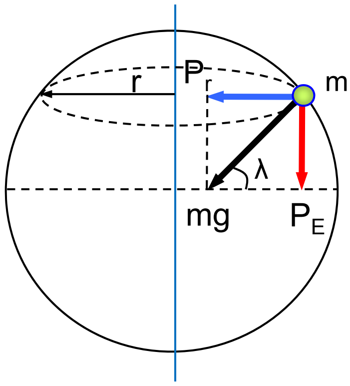
4. La duración del día, ¿tendría que ser mayor o menor para que un objeto que esté sobre el ecuador a la altura del suelo, esté en órbita? ¿Qué le sucedería entonces a un objeto en Granada, a 37º de latitud?

❑ En el Ecuador el peso está dirigido hacia el centro de la Tierra:

$$mg = ma_c = mw^2 R_T = m\frac{4\pi^2}{T^2}R_T \;\Rightarrow\; T=\sqrt{\frac{4\pi^2 R_T}{g}} = 5077\,s = 1,4h$$

❑ En el Ecuador la duración del día tendría que ser mucho menor de 24 horas.

❑ En Granada, el peso no está dirigido hacia el centro de la Tierra, por lo que habría una componente dirigida hacia el plano del Ecuador P_E y otra dirigida hacia el eje de rotación P_r :



$$P_E = mg\,sen\,\lambda$$

$$P_r = mg\cos\lambda = m\omega^2 r = m\,\omega^2 R_T\cos\lambda \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; mg = m\,\omega^2 R_T$$

❑ Como esta última expresión, es igual a la obtenida en el apartado a), el objeto no caería hacia el centro de la Tierra, sino hacia el plano del Ecuador.

5. En un anuncio de coches se afirma: "Según la ley de la gravitación universal, la Tierra atrae a todos los cuerpos por igual". ¿Es correcta la frase? ¿por qué?

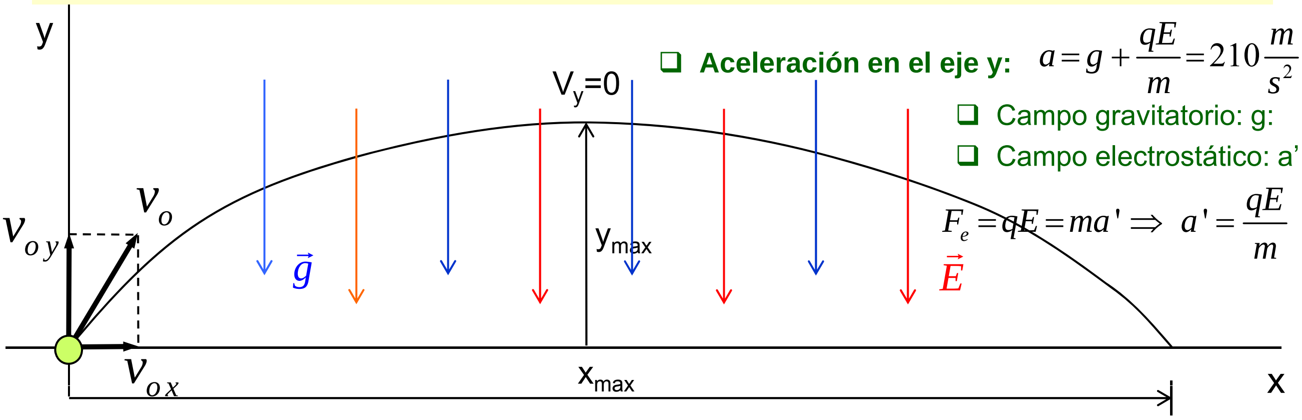
- No, la afirmación es falsa pues según la ley de gravitación universal, esta interacción es proporcional al producto de las masas. La Tierra atraerá con más fuerza a los cuerpos más pesados.
- Como en caída libre ésta es la única fuerza que actúa, por la segunda ley de la dinámica:

$$mg = ma \;\Rightarrow\; g = a$$

- Por lo tanto, la aceleración de caída es igual para todos los cuerpos, ¡**precisamente porque la Tierra atrae a los objetos más pesados con más fuerza!**

Olimpiada de Física 2001. Problema 2

2. Un cuerpo de masa m = 1 g y de carga q = + 2 μC, es lanzado con una velocidad inicial v_o = 10 m/s y formando un ángulo de 30º con la horizontal. El cuerpo se encuentra sometido simultáneamente al campo gravitatorio y a un campo electrostático uniforme de intensidad E = 1.10⁵ N/C dirigido verticalmente hacia abajo. Calcular: a) El tiempo que tarda en caer. b)El alcance y la altura máxima.



- **Aceleración en el eje y:** $a = g + \dfrac{qE}{m} = 210\dfrac{m}{s^2}$
  - Campo gravitatorio: g:
  - Campo electrostático: a'

$$F_e = qE = ma' \Rightarrow a' = \frac{qE}{m}$$

- Ecuaciones de la velocidad: $v_x = v_{ox} = v_o \cos\alpha \qquad v_y = v_{oy} - at = v_o sen\,\alpha - at$
- Tiempo en alcanzar la máx. altura y tiempo en caer: $0 = v_o sen\,\alpha - at \Rightarrow t_{y\max} = \dfrac{v_o sen\,\alpha}{a} = 0{,}024s$

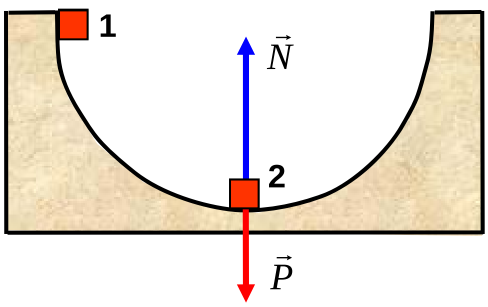
$$t_{caer} = 2t_{y\max} = 2.0{,}024s = 0{,}048s$$

- Ecuaciones paramétricas de la trayectoria: $x = v_o \cos\alpha . t \qquad y = v_o sen\,\alpha . t - \dfrac{1}{2}at^2$
- Alcance y altura máxima:

$$x_{\max} = v_o \cos\alpha . t_{caer} = 0{,}41m \qquad y_{\max} = v_o sen\,\alpha . t_{y\max} - \frac{1}{2}at^2_{y\max} = 0{,}06m$$

Olimpiada de Física 2002. Problema 1

1. Un cuerpo de 70 kg desliza sin rozamiento sobre una pista vertical semicircular de 5m de radio. Suponiendo que parte del reposo desde la posición elevada (1), calcula: 1. La fuerza normal que la pista ejerce sobre el cuerpo cuando éste alcanza su posición más baja. Comenta el resultado. 2. El trabajo que realiza el peso cuando el cuerpo se desplaza desde el punto 1 al punto 2.



- En la posición 2: $N - P = ma_n = m\dfrac{v^2}{r}$
- Balance de energía entre las posiciones 1 y 2:

$$E_{m1} = E_{m2} \Rightarrow 0 + mgr = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = 2mg$$

- Ahora podemos calcular la fuerza normal:

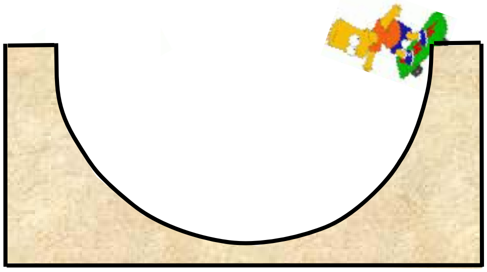
$$N = P + m\frac{v^2}{r} = mg + 2mg = 3mg = 2058\,N$$

- En este caso, la fuerza normal es tres veces el peso del cuerpo. No se debe llamar a la fuerza normal "reacción normal" puesto que en este caso , ni siquiera es igual a peso, o a la componente normal del peso. Además el peso y la normal están aplicadas al mismo cuerpo, lo que no sucede con las fuerzas de acción y reacción.

- Trabajo que realiza el cuerpo: $W_{1\to2} = E_{p1} - E_{p2} = mgr - 0 = 70\,kg.9{,}8\,m.s^{-1}.5\,m = 3450\,J$

- Trabajo realizado se emplea en incrementar la energía cinética del cuerpo: $W_{1\to2} = E_{c2} - E_{c1} = \dfrac{1}{2}mv_2^2 - 0 \Rightarrow v_2 = 9{,}93\,m.s^{-1}$

1. Un cuerpo de 70 kg desliza sin rozamiento sobre una pista vertical semicircular de 5m de radio. Suponiendo que parte del reposo desde la posición elevada (1), calcula: 1. La fuerza normal que la pista ejerce sobre el cuerpo cuando éste alcanza su posición más baja. Comenta el resultado. 2. El trabajo que realiza el peso cuando el cuerpo se desplaza desde el punto 1 al punto 2.



- En la posición 2: $N - P = ma_n = m\frac{v^2}{r}$
- Balance de energía entre las posiciones 1 y 2:

$$E_{m1} = E_{m2} \Rightarrow 0 + mgr = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = 2mg$$

- Ahora podemos calcular la fuerza normal:

$$N = P + m\frac{v^2}{r} = mg + 2mg = 3mg = 2058\,N$$

- En este caso, la fuerza normal es tres veces el peso del cuerpo. No se debe llamar a la fuerza normal “reacción normal” puesto que en este caso , ni siquiera es igual a peso, o a la componente normal del peso. Además el peso y la normal están aplicadas al mismo cuerpo, lo que no sucede con las fuerzas de acción y reacción.

- Trabajo que realiza el cuerpo: $W_{1\to 2} = E_{p1} - E_{p2} = mgr - 0 = 70\,kg.9,8\,m.s^{-1}.5\,m = 3450\,J$

- Trabajo realizado se emplea en incrementar la energía cinética del cuerpo: $W_{1\to 2} = E_{c2} - E_{c1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0 \Rightarrow v_2 = 9,93\,m.s^{-1}$

2. Un protón avanza en la dirección del eje OX, a la velocidad de 500 m./s, hacia una partícula alfa situada en el origen de coordenadas. Calcula hasta qué distancia mínima podrá acercarse a esta, resolverlo:
1. Teniendo en cuenta el campo electrostático solamente.
2. Teniendo en cuenta el campo gravitatorio y el electrostático.
3. En vista de los resultados, sacar las conclusiones oportunas.

Datos: m_p = 1,67.10^{-27} kg ; q_p = 1,6.10^{-19} C ; m_{alfa}=6,68.10^{-27} ; q_{alfa}=3,2.10^{-19}C ; G = 6,67.10^{-11}(S.I.) ; K = 9.10^9 (S.I.)

- Balance de energía, de acuerdo con el punto 1:

$$\Delta E_c = \Delta E_{p\,elect.} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = k\frac{q_1.q_2}{r} \Rightarrow r = 2,2.10^{-6}\,m$$

- Balance de energía, según el punto 2:

$$\Delta E_c = \Delta E_{p\,elect.} + \Delta E_{p\,grav.} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = k\frac{q_1.q_2}{r'} - G\frac{m_1.m_2}{r'} \Rightarrow r' = 2,2.10^{-6}\,m$$

- La fuerza de interacción gravitatoria es despreciable frente a la fuerza electrostática..

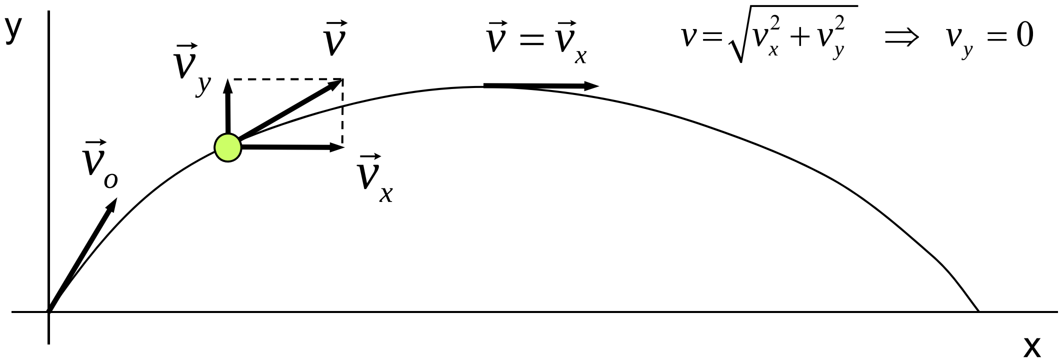
Olimpiada de Física 2002. Cuestiones 1 y 2

1. El potencial gravitatorio de la Tierra en todo punto es negativo (¿cierto / falso ?). Razonar la respuesta. ¿Qué significado físico puedes extraer de este planteamiento?

- Cierto si se toma por convenio que el potencial gravitatorio en el infinito es cero.
- El significado físico que se puede extraer es que para llevar la unidad de masa, 1 kg, desde un punto determinado hasta el infinito, el trabajo realizado por la fuerza de interacción es negativo, o sea, que hace falta un agente exterior que realice este trabajo .

2. Se dispara un proyectil en una dirección que forma con el suelo un cierto ángulo α, siendo 0 < α < 90°. ¿En qué posición de la trayectoria es mínima la velocidad del proyectil? ¿Por qué?

- En el vértice de la parábola, puesto que la velocidad sólo tiene la componente horizontal.
- En cualquier otro punto de la trayectoria, a esa componente horizontal hay que sumarle la componente vertical, que salvo en el vértice, no es nula.



$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \Rightarrow v_y = 0 \Rightarrow v = v_x$$

Olimpiada de Física 2002. Cuestión 3

3. Cuando se analiza la ley de Gravitación Universal se concluye que la fuerza de atracción entre dos cuerpos es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. De este modo, dicha fuerza deberá crecer ilimitadamente, llegando a ser infinitamente grande cuando la distancia sea nula. Entonces, ¿por qué podemos levantar sin ninguna dificultad un bolígrafo de una mesa, o una piedra pequeña del suelo?

- La ley de la Gravitación Universal corresponde sólo a cuerpos cuyas dimensiones lineales son mucho menores que la distancia entre sus centros de masas. Si esto no se cumple, en un caso general, para hallar la fuerza de interacción entre los cuerpos, habrá que aplicar la ecuación a todas las posibles parejas de partículas tomando una partícula de cada cuerpo y sumando los resultados obtenidos. Esta operación nos lleva al cálculo integral.

- El problema se puede simplificar aceptando que la fuerza gravitatoria ejercida por o sobre una esfera homogénea es la misma que se tendría si toda la masa de la esfera estuviera concentrada en su centro. Así se puede calcular la fuerza de interacción gravitatoria entre dos esferas hasta en el caso de que la distancia entre los centros sea comparable con la dimensión de los radios, incluso hasta una distancia igual a la suma de los radios de las esferas.

- Pero para cuerpos de forma arbitraria, la fuerza gravitatoria no se puede calcular con la citada fórmula suponiendo que r es igual a la distancia entre los centros de masas.
- Por ejemplo. El c.d.m. de un toroide está ubicado fuera de éste. Por eso se puede colocar una pequeña esfera de modo que su centro coincide con el c.d.m del toroide; aunque r=0, la fuerza de interacción de la esfera y el toroide no tendrá al infinito, sino que es cero.

4. Dos bloques están colocados, uno junto a otro, sobre una superficie horizontal lisa (sin rozamiento). Sobre el bloque izquierdo se aplica una fuerza **F** que, a través de él actuará sobre el bloque derecho. Con arreglo a la tercera ley de Newton, el segundo bloque debe actuar sobre el primero con una fuerza de igual intensidad a la anterior pero de sentido contrario. Según esto, la fuerza resultante **R** que actúa sobre el bloque izquierdo será igual a la suma de la fuerza aplicada **F** y la fuerza de reacción **- F** del segundo bloque: **R = F + (-F)** = 0, de donde la aceleración del bloque de la izquierda será cero. De este modo, por muy grande que sea la fuerza **F**, jamás podrá mover de su lugar el taco. ¿Qué error se ha cometido en éste razonamiento?.

- El error del razonamiento es la suposición de que la fuerza **F** es transmitida íntegramente a través del bloque de masa M_1 al bloque de masa M_2.
- Si suponemos que sobre le bloque M_2 actúa la fuerza $F' \neq F$, entonces sobre el bloque M_1 actuará la fuerza $F - F'$ que origina la correspondiente aceleración:

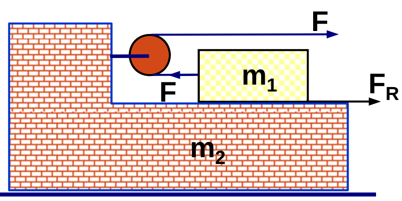
$$a_1 = \frac{F - F'}{M_1}$$

- La aceleración sobre el bloque M_2 será: $a_2 = \dfrac{F'}{M_2}$
- Como los bloques están en contacto las aceleraciones tiene que ser iguales:

$$a_1 = a_2 = a \quad \Rightarrow \quad \frac{F - F'}{M_1} = \frac{F'}{M_2} \quad \Rightarrow \quad F' = \frac{M_2 F}{M_1 + M_2} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{M_1 + M_2}$$

- Este resultado se obtiene simplemente dividiendo la fuerza aplicada **F** entre la masa total.

1. Un bloque de 10 kg descansa sobre un soporte de 5 kg y éste, a su vez, sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Se aplica una fuerza externa **F** de tal modo que el bloque no desliza sobre el soporte.
a) ¿Cuál es el valor máximo que puede alcanzar la fuerza **F** sin que el bloque de 10 kg comience a deslizar?.
b) En estas condiciones, ¿cuál es la aceleración del conjunto?.
Dato: El coeficiente estático de fricción entre el bloque y el soporte es μ_e = 0,4.



a) Aplicamos la ecuación fundamental de la dinámica al bloque m_1 . La aceleración a será la del conjunto, puesto que no hay deslizamiento entre dicho bloque y el soporte m_2 .

$$\boxed{F_R - F = m_1 . a}$$

Para ambas masas, y puesto que la fuerza F es la única exterior al sistema:

$$\boxed{F = (m_1 + m_2) . a}$$

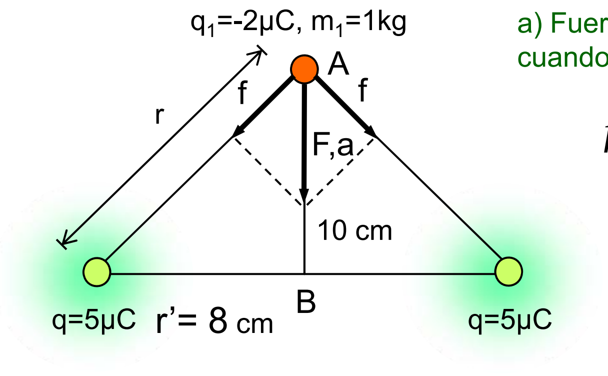
Despejando a de ambas ecuaciones e igualando:

$$\frac{F_R - F}{m_1} = \frac{F}{m_1 + m_2} \quad \Rightarrow \quad F_R (m_1 + m_2) = F(m_1 + m_1 + m_2) = F(2m_1 + m_2)$$

$$F = \frac{F_R (m_1 + m_2)}{2m_1 + m_2} = \frac{\mu_e m_1 g (m_1 + m_2)}{2m_1 + m_2} = \frac{0,4.10.9,8(10+5)}{2.10+5} = 23,52\,N$$

b) Aceleración del conjunto: $a = \dfrac{F}{m_1 + m_2} = \dfrac{23,52N}{(10+5)kg} = 1,57\,m/s^2$

2. Dos partículas con la misma carga eléctrica, q = 5 μC, están fijadas a dos puntos separados entre sí 16 cm. Una tercera partícula libre, de carga q_1 = -2 μC y masa m_1 = 1 kg, se suelta en un punto A equidistante de las cargas anteriores, y a una distancia de 10 cm de la línea que las une. Calcular:
a) La aceleración de la partícula en la posición A, y al pasar por el punto medio B del segmento que une las dos cargas fijas. b) La velocidad de la partícula móvil al pasar por B. Dato: K = $9\cdot10^9$ (SI)



a) Fuerza electrostática f, debido a cada carga q, sobre la q_1, cuando está situada en el puntp A y fuerza resultante F:

$$f = k\frac{q.q_1}{r^2} = 5{,}5\,N \;\Rightarrow\; F = 2f\cos\alpha = 8{,}6N$$

La aceleración en la posición A: $a_A = \dfrac{F}{m_1} = 8{,}6 m/s^2$

La aceleración en la posición B, es cero, ya que la resultante de las fuerzas ejercidas por las dos cargas sobre q_1, es nula en la posición B

b) Calculamos el potencial en los puntos A y B, y la energía potencial electrostática de la carga q_1 en las posiciones A y B:

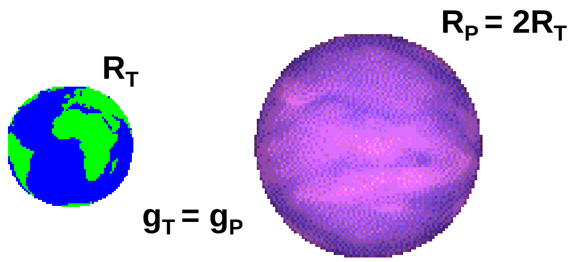
$$V_A = 2k\frac{q}{r} = 7.10^5\,V \qquad V_B = 2k\frac{q}{r'} = 11{,}25.10^5\,V$$

$$E_{PA} = q_1 V_A = -1{,}4\,J \qquad E_{PB} = q_1 V_B = -2{,}5\,J$$

Aplicando el P. de conservación de la energía mecánica entre los puntos A y B (velocidad en A es cero):

$$-1{,}4 + 0 = -2{,}5 + \frac{1.v^2}{2} \Rightarrow v = 1{,}3\,m.s^{-1}$$

1. Supongamos que existe un planeta de diámetro doble que el de la Tierra. Supongamos, también, que la aceleración de caída libre en la superficie de este planeta resulta ser igual a la que existe en la superficie de la Tierra. Con estos datos calcular la relación entre la densidad media del planeta y la de la Tierra.



$$g_T = G\frac{M_T}{R_T^2} \Leftrightarrow g_P = g_T = G\frac{M_P}{4R_T^2}$$

- Dividiendo ambas expresiones:

$$4M_T = M_P$$

- La masa de cada planeta, es su densidad por su volumen:

$$4.\frac{4}{3}\pi R_T^3 \rho_T = \frac{4}{3}\pi .8.R_T^3 \rho_P \;\Rightarrow\; \frac{\rho_P}{\rho_T} = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; \rho_P = \frac{\rho_T}{2}$$

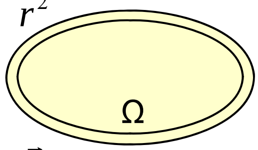
2. Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:
a) Las líneas de campo eléctrico señalan hacia las regiones de potencial más bajo.
b) Si el campo eléctrico es cero en algún punto, también lo es el potencial eléctrico en dicho punto.
c) Si el potencial eléctrico es cero en algún punto, también lo es el campo eléctrico en dicho punto.
d) Si un conductor está completamente rodeado por otro exterior y ambos se ponen en contacto eléctrico, toda la carga situada originalmente en el conductor interior fluirá hacia el exterior.

a) Verdadero. La relación entre el campo y el potencial viene dada por la expresión: $-\vec{E}.d\vec{r} = dV$
con lo que si nos desplazamos en la dirección del campo : $\vec{E}.d\vec{r} > 0, y\ dV < 0 \Rightarrow V_f < V_0$

b) Falso. El campo en el punto intermedio de dos cargas iguales situadas a una distancia 2r vale 0; mientras que el potencial vale: $V = 2K\dfrac{q}{r}$

c) Falso. El potencial en el punto intermedio de dos cargas iguales y signo contrario, vale 0; mientras que el campo tiene la expresión: $\vec{E} = 2K\dfrac{q}{r^2}\vec{i}$

d) Verdadero. En un conductor cargado en equilibrio electrostático la carga se almacena en la superficie del mismo, veámoslo:

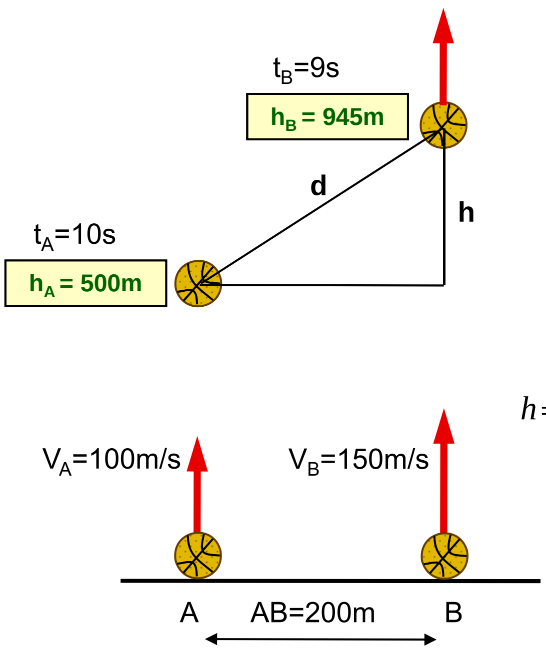


Justo por debajo de la superficie exterior, por estar en equilibrio el conductor $\vec{E} = 0$, con lo que $\oint_\Omega \vec{E}.d\vec{s} = 0$ y aplicando el teorema de Gaus en la superficie Ω , $q_{\text{int}} = 0$, con lo que el conductor interior habrá tenido que descargarse antes de que se alcance el equilibrio.

3. ¿Cómo podríamos comprobar, solo por observación desde la Tierra, si los anillos de Saturno son coronas rígidas o están formados por una gran cantidad de "pequeños satélites" independientes?

- Los bloques más cercanos a Saturno tienen un período de revolución menor que los más alejados, `por lo que con el tiempo se irán adelantando.

1. Dos objetos, A y B, se encuentran inicialmente en la misma horizontal, a la misma altura del suelo, pero separados por una distancia de 200 m. En un momento determinado se lanza A verticalmente hacia arriba con una velocidad de 100 m/s. Un segundo después se lanza B, también verticalmente hacia arriba, con una velocidad de 150 m/s.
a) Calcula que distancia separa a ambos objetos a los 10 s de ser lanzado A. b) ¿En qué momentos será mínima la distancia que los separa?



a) Tiempo que tarda A en alcanzar la máxima altura:

$$v_y = v_A - gt = 0 \Rightarrow t = \frac{v_A}{g} = \frac{100m/s}{10m/s^2} = 10s$$

Alturas a las que se encuentran A y B, a los 10s y 9s:

$$h_A = v_A t - \frac{1}{2}gt^2 = 100.10 - \frac{1}{2}10.10^2 = 500m$$

$$h_B = v_B(t-1) - \frac{1}{2}g(t-1)^2 = 150.9 - \frac{1}{2}10.9^2 = 945m$$

$$h = h_B - h_A = 445m \qquad d = \sqrt{h^2 + AB^2} = \sqrt{445^2 + 200^2} = 487,9m$$

b) La distancia d será mínima, cuando h=0: $h_A^{'} = h_B^{'}$

$$100.t^{'} - \frac{1}{2}10t^{'2} = 150.(t^{'} - 1) - \frac{1}{2}10.(t^{'} - 1)^2 \Rightarrow t^{'} = 2,58s$$

2. Un ión monovalente de Li (Li+) y otro ión divalente de Ca (Ca2+) son ambos acelerados bajo una diferencia de potencial de 10 000 V.

a) ¿Cuál de los dos iones adquirirá mayor energía cinética? Calcular su valor en cada caso.

b) b) ¿Cuál de ellos adquirirá mayor velocidad si la masa del Ca2+ es 5,7 la masa del Li+? Razonar la respuesta. e = 1,6·10^{-19} C.

a) El trabajo que realiza el campo eléctrico incrementará la energía cinética de cada catión:

$$W_{elect} = \Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = E_{cf}$$

$$E_{cLi^+} = q_{Li^+}\Delta V = 1,6.10^{-19}.10^4 = 1,6.10^{-15}\,J$$

$$E_{cCa^{++}} = q_{Ca^{++}}\Delta V = 2.1,6.10^{-19}.10^4 = 3,2.10^{-15}\,J$$

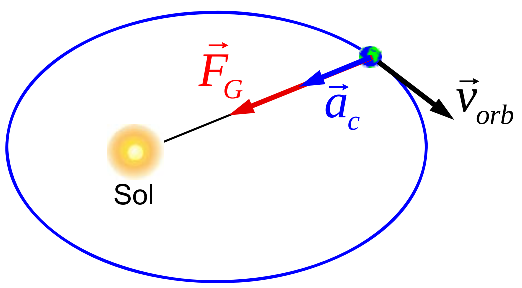
b) A partir de las energías cinéticas y de las masas de cada partícula, buscamos la relación entre sus velocidades:

$$E_{cLi^+} = \frac{1}{2} m_{Li^+} v_{Li^+}^2 \qquad E_{cCa^{++}} = \frac{1}{2} m_{Ca^{++}} v_{Ca^{++}}^2$$

$$\frac{E_{cLi^+}}{E_{cCa^{++}}} = \frac{m_{Li^+} v_{Li^+}^2}{m_{Ca^{++}} v_{Ca^{++}}^2} = \frac{v_{Li^+}^2}{5,7.v_{Ca^{++}}^2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{v_{Li^+}^2}{5,7.v_{Ca^{++}}^2} \Rightarrow v_{Li^+}^2 = \frac{5,7.v_{Ca^{++}}^2}{2}$$

$$v_{Li^+} = v_{Ca^{++}}\sqrt{2,85} = 1,69.v_{Ca^{++}} \Rightarrow v_{Li^+} > v_{Ca^{++}}$$

1. Dibuje la órbita elíptica de un planeta alrededor del Sol, la fuerza que actúa sobre el planeta, su aceleración y su velocidad. Razone, aplicando las leyes y principios de la dinámica cómo y por qué varía la velocidad del planeta. ¿Realiza trabajo el planeta al desplazarse bajo la acción de la acción de dicha fuerza?



- **2ª LEY DE KEPLER**
- **El radio que une el planeta con el Sol, barre áreas iguales en tiempos iguales: la velocidad areolar es constante.** Consecuentemente el planeta va más deprisa al pasar cerca del Sol (perihelio) y más lento cuando se encuentra en la posición más alejada del Sol (afelio).

• La fuerza gravitatoria que mantiene ligado el planeta al Sol, es una fuerza central, es conservativa, y por lo, tanto cuando el planeta recorre una órbita completa, el incremento de su Energía Mecánica es cero y el trabajo que realiza dicha fuerza también vale cero.

$$\vec{F}\ central,\ es\ conservativa \Rightarrow\ en\ una\ órbita\ completa\ \Delta E_{mec} = 0 \Rightarrow W_{\vec{F}} = 0$$

2. ¿Cuál sería el valor de la constante de la ley de Coulomb si se usara como unidad de fuerza el kilopondio, como unidad de distancia el radio terrestre (aproximadamente 6.400 km) y como unidad de carga eléctrica el microculombio? Tómese K = 9·10^9 (SI).

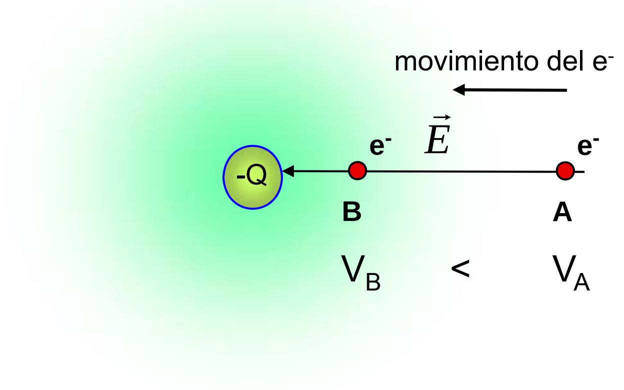
- **LEY DE COULOMB**

$$\vec{F} = K\frac{q.q}{r^2}\vec{u}_r \Rightarrow K = \frac{Fr^2}{q^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k' = 9.10^9\,\frac{N.m^2}{C^2}.\frac{1}{9,8}\frac{kp}{N}.\frac{1}{\left(6400.10^3\right)^2}\frac{R_T^2}{m^2}.\frac{1}{10^6.10^6}\frac{C^2}{\mu C^2} = \boxed{2,24.10^{-17}\,\frac{kp.R_T^2}{\mu C^2}}$$

3. Razone si la energía potencial electrostática de un electrón aumenta o disminuye al pasar del punto A al B, siendo el potencial en A mayor que en B.
Si se dejase libre el electrón en un punto medio del segmento que une A con B, ¿hacia dónde se desplazaría?
Si el punto A está más alejado que el B de la carga Q que crea el campo. Razone si la carga Q es positiva o negativa.

Campo Eléctrico



• Si el electrón de desplaza hacia potenciales decrecientes, aumenta su energía potencial electrostática:

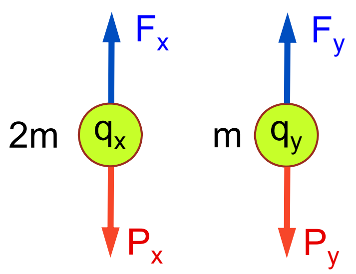
$$E_{pA} = e.V_A \quad \leftrightarrow \quad E_{pB} = e.V_B$$

$$E_{pB} > E_{pA}$$ • carga del electrón es negativa.

• Si dejamos libre el electrón en el punto medio del segmento AB, se dirigiría hacia el punto A

• La carga tiene que ser negativa, -Q: $V = k\dfrac{-Q}{r} \Rightarrow si\ r_A > r_B \Rightarrow V_A > V_B$

4. Dos esferas cargadas, de masas m y 2m respectivamente, permanecen estacionarias entre dos placas metálicas, horizontales, entre las que se aplica una diferencia de potencial fija. Si se acercan las dos placas, las dos esferas:
a) Permanecen estacionarias.
b) Sufrirán la misma aceleración.
c) Tendrán aceleraciones diferentes. Razonar las respuestas.



$$q_x.E = m_x.g = 2mg$$
$$q_y.E = m_y.g = mg$$
$$q_x = 2q_y$$

❑ Si se acercan las placas, el campo eléctrico aumenta y por lo tanto la fuerza eléctrica: $E = \dfrac{V_1 - V_2}{d}$

$$F_e - P = ma \Rightarrow a = \frac{F_e - P}{m} = \frac{qE - mg}{m} = \frac{qE}{m} - g$$

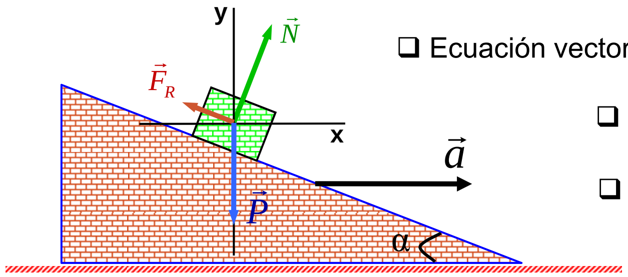
❑ Calculamos la aceleración de cada partícula:

❑ Sufren la misma aceleración.

$$a_y = \frac{q_y E}{m} - g$$

$$\boxed{a_x = \frac{2q_y E}{2m} - g = a_y}$$

1. Un cuerpo de 2 kg está apoyado sobre un plano inclinado 25º con la horizontal, el coeficiente de rozamiento entre ambos es 0,2. Calcule la aceleración que se debe imprimir al plano hacia la derecha para que el cuerpo no descienda por el plano.



- ❑ Ecuación vectorial, condiciones dinámicas: $\vec{N}+\vec{P}+\vec{F}_R = m.\vec{a}$
- ❑ Eje x: $N\,sen\,\alpha - F_R \cos\,\alpha = ma$
- ❑ Eje y: $N\cos\alpha + F_R sen\,\alpha - P = 0$

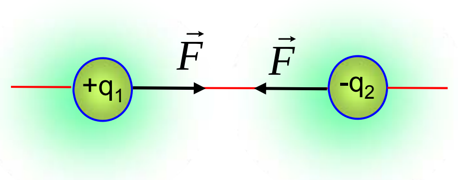
❑ Ordenamos las ecuaciones, y dividimos una ecuación entre la otra:

$$N\,sen\,\alpha - \mu N\cos\,\alpha = ma \;\Rightarrow\; N\left(sen\,\alpha - \mu\cos\,\alpha\right) = ma$$

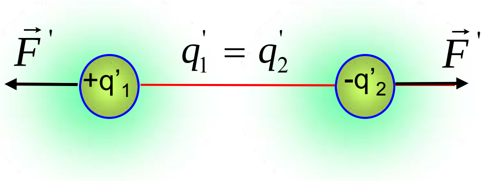
$$N\cos\alpha + \mu N sen\,\alpha = mg \;\Rightarrow\; N\left(\cos\alpha + \mu\,sen\,\alpha\right) = mg$$

$$\frac{sen\,\alpha - \mu\cos\,\alpha}{\cos\,\alpha + \mu\;sen\,\alpha} = \frac{a}{g} \qquad \boxed{a = 2,38\ m.s^{-1}}$$

2. Dos esferas iguales separadas por una distancia de un metro se atraen con una fuerza de 0,3 N. Se ponen en contacto durante un tiempo y después se vuelven a colocar a la misma distancia, observándose que ahora se repelen con una fuerza de 0,1 N. Calcula el valor de cada una de esas dos cargas. Dato: K = $9 \cdot 10^9$ (SI)



$$F = K\frac{q_1 q_1}{r^2}$$



$$F' = K\frac{q_1'^2}{r^2} \Rightarrow 0,1 = K.q_1'^2 \qquad \boxed{q_1' = q_2' = 3,33.10^{-6}\,C}$$

❑ Ahora calculamos las cargas primitivas. Despejamos q_1 e igualamos:

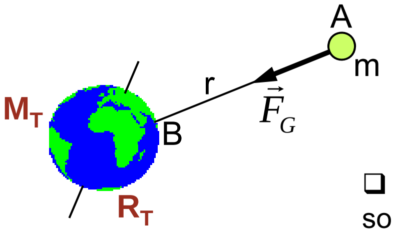
$$2q_1' = q_1 - q_2 \;\Rightarrow\; q_1 = 2q_1' + q_2 \qquad 2q_1' + q_2 = \frac{0,3}{K\,q_2} \;\Rightarrow\; 2q_1' K\,q_2 + Kq_2^2 = 0,3$$

$$0,3 = K\,q_1.q_2 \;\Rightarrow\; q_1 = \frac{0,3}{K\,q_2} \qquad Kq_2^2 + 2q_1' K\,q_2 - 0,3 = 0 \qquad q_2 = \begin{cases} 3,33.10^{-6}\,C \\ 10.10^{-6}\,C \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{aligned} q_1 &= +10.10^{-6}\,C \\ q_2 &= -3,33.10^{-6}\,C \end{aligned}} \qquad \boxed{\begin{aligned} q_1 &= -10.10^{-6}\,C \\ q_2 &= +3,33.10^{-6}\,C \end{aligned}}$$

1. Al dejar caer un cuerpo desde cierta altura adquiere gran velocidad porque la energía potencial se transforma en cinética. Como sabemos la fórmula de la energía potencial gravitatoria es: Ep = -GMm/r que para un cuerpo de 10 kg colocado a 100 m de altura vale Ep = -6,24·10⁹ J.
Si igualamos $mv^2/2$ = - 6,24·10⁹J, nos da para v un valor de √ -1,24.10 ⁹m/s, que no tiene solución real por ser la raíz cuadrada de un número negativo.
La experiencia nos dice que este resultado es absurdo, ¿dónde está el error?

❑ Entre dos puntos A y B de un campo gravitatorio se cumple el principio de conservación de la energía mecánica:



$$E_{mA} = E_{mB} \Rightarrow E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}$$

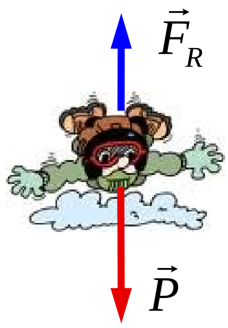
$$E_{cB} - E_{cA} = -\left(E_{pB} - E_{pA}\right) \Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p$$

❑ Por lo tanto la solución es real: $\Delta E_c = -\Delta E_p = -\left(-6,24.10^9\ J\right) = 6,24.10^9\ J$

❑ También: $-G\dfrac{M_T m}{r} + 0 = -G\dfrac{M_T m}{R_T} + \dfrac{1}{2}mv^2$

$$\frac{1}{2}mv^2 = GM_T m\left[\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r}\right] \Rightarrow v = \sqrt{2GM_T\left[\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r}\right]} > 0$$

2. Se deja caer un cuerpo verticalmente desde una cierta altura. Experimentalmente se ha encontrado que el módulo de la fuerza de rozamiento del cuerpo con el aire viene dado por la expresión, F_R = 0,2mv, siendo m la masa del cuerpo y v el módulo de su velocidad en cada instante. ¿En qué momento caerá con una velocidad de 60 m/s? Razone la respuesta.



$$P - F_R = m\,a \Rightarrow mg - 0,2.mv_{inst} = m\,a$$

$$v_{\lim} \Rightarrow g - 0,2.v_{\lim} = a \Rightarrow v_{\lim} = \frac{g-a}{0,2} = \frac{g}{0,2} = 49\ m.s^{-1}$$

❑ Nunca se podrá alcanzar 60 m/s.

3. a) Comente la siguiente frase indicando si le parece correcta o incorrecta y corrija lo que considere necesario para hacerla correcta: “El campo eléctrico en una determinada superficie es cero, por lo que también será cero el potencial en la misma”. b) Indique si el enunciado propuesto es verdadero o falso, razonando la respuesta: “Si dos cuerpos comparten una carga total q, la repulsión electrostática entre ellos es máxima si la carga total se reparte por igual entre ambos”.

a) Incorrecta. El campo eléctrico en una superficie puede ser cero, mientras que el potencial no. El campo eléctrico está relacionado con el potencial mediante:

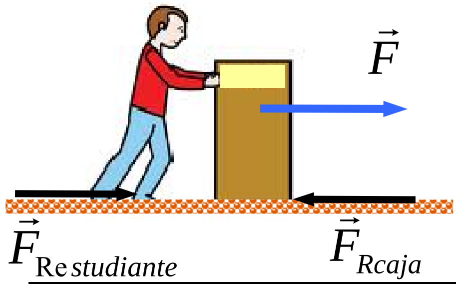
$$-\frac{dV}{d\vec{r}} \Rightarrow si\ \vec{E}=0 \Rightarrow V=cte$$

b) Verdadera. La fuerza electrostática entre dos cuerpos cargados es proporcional al producto de sus cargas: x y q-x.

$$F = a\,x\,(q-x) \Rightarrow \frac{dF}{dx} = aq-2ax=0 \Rightarrow q = \frac{2ax}{a} = 2x$$

- Por lo tanto los dos cuerpos tendrán la misma carga: $x \quad y \quad q-x = 2x-x = x$

4. Un estudiante de 70 kg de masa trata de mover un cajón de 120 kg, sin ruedas, lleno de libros de Física. Para ello empuja al cajón con una fuerza paralela al suelo. El coeficiente de rozamiento del cajón con el suelo es 0,2 y el de los zapatos del estudiante con el suelo es 0,25. ¿Podrá el estudiante mover el cajón? Justifique la respuesta.



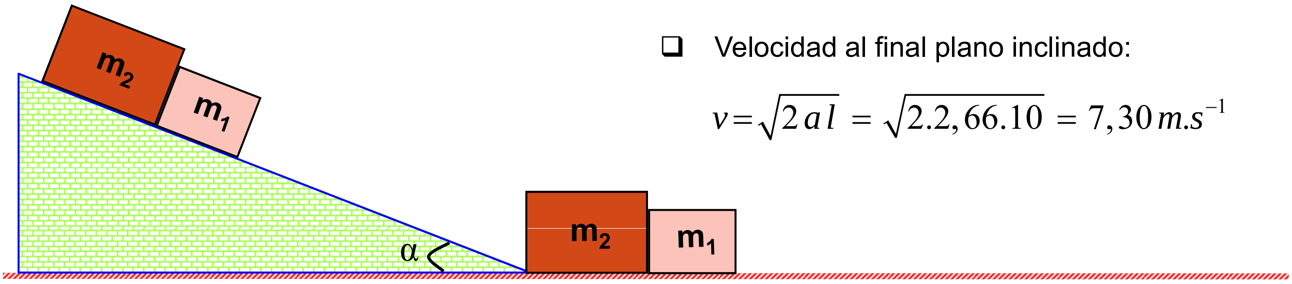
- Condición para que el estudiante pueda mover la caja::

$$F \geq F_{Rcaja} \quad y \quad F_{Restud} \geq F \Rightarrow F_{Restud} \geq F_{Rcaja}$$

$$F_{Rcaja} = \mu_c m_c g = 235,2\,N \quad y \quad F_{Restud} = \mu_e m_e g = 171,5\,N$$

- El estudiante patina y no puede mover la caja.

1. Dos cuerpos, inicialmente en contacto, caen por un plano inclinado, el primero de 2 kg tiene un coeficiente dinámico de rozamiento de 0,5 y va perdiendo aceite lo que hace que el segundo cuerpo de 4 kg prácticamente no tenga rozamiento. El ángulo del plano con la horizontal es 25º y éste tiene una longitud de 10 m. Después de este plano le sigue un plano horizontal ilimitado por el que los dos cuerpos se desplazarán hasta detenerse: a) ¿Cuánto tiempo pasa hasta que se detienen? b) ¿Qué distancia recorren por el plano horizontal?



- Velocidad al final plano inclinado:

$$v=\sqrt{2\,a\,l} = \sqrt{2.2,66.10} = 7,30\,m.s^{-1}$$

- Plano Inclinado

$$F_{t1} = m_1 g\ sen\,\alpha = 2.9,8.sen\,25 = 8,28\,N \qquad F_{t2} = m_2 g\ sen\,\alpha = 4.9,8.sen\,25 = 16,57\,N$$

$$F_{R1} = \mu_{d1} m_1 g \cos\alpha = 0,5.2.9,8\cos 25 = 8,88\,N \qquad F_{R2} = 0$$

$$F_{t1} + F_{t2} - F_{R1} = (m_1+m_2)a \Rightarrow a = 2,66\ m/s^2 \Rightarrow l = \frac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow t_1 = 2,74\,s$$

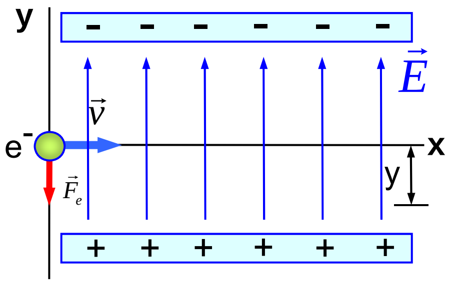
- Plano Horizontal

$$F'_{R1} = -\mu_{d1} m_1 g = (m_1+m_2)a' \Rightarrow -0,5.2.9,8 = (4+2)a' \Rightarrow a' = -1'63\,m.s^{-1}$$

$$v_f = v + a'.t_2 \Rightarrow 0 = 7,30 - 1,63.t_2 \Rightarrow t_2 = 4,47s \qquad \boxed{t_{total} = t_1 +_2 = 7,21s}$$

- Espacio por el plano horizontal : $e = vt - \frac{1}{2} a' t_2^2 = 7,3.4,47 - \frac{1}{2} 1,63.4,47^2 = 16,34\,m$

2. Un electrón con una energía de 1137,5 eV entra entre las placas de un condensador plano en la dirección del eje central. La distancia entre las láminas del condensador es 2 cm, y entre ellas se establece una diferencia de potencial de 400 V. La longitud de las placas es de 4 cm.
a) ¿Con qué velocidad penetra el electrón en el condensador?
b) ¿Cuánto se habrá desviado del eje, justo cuando salga de las láminas? Datos: e = 1,6·10^{-19} C; me = 9,1·10^{-31} kg.



a) Velocidad del electrón al entrar en el condensador:

$$E = 1137,5\ eV.1,6.10^{-19}\frac{J}{eV} = \frac{1}{2}.9,1.10^{-31}kg.v^2$$

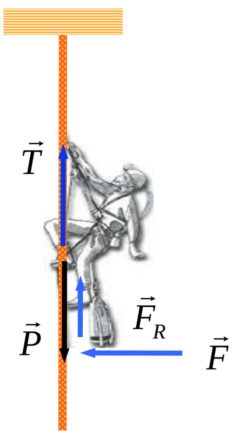
$$\boxed{v = 2.10^7\ \frac{m}{s}}$$

b) Cuando el electrón entra en el campo eléctrico se encuentra sometido a una fuerza eléctrica: $F_e = qE = ma_e \Rightarrow a_e = \frac{qE}{m} = 3,5.10^{15}\ \frac{m}{s^2}$

- Movimiento: $Eje\ x: x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v}$

$$Eje\ y: y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{qE}{2m}t^2 = \frac{qE}{2m}.\frac{x^2}{v^2} = \frac{1,6.10^{-19}.2.10^4}{2.9,1.10^{-31}}\frac{\left(4.10^{-2}\right)^2}{\left(2.10^7\right)^2} = 7.10^{-3}\ m$$

1. Pablo se desliza por la cuerda que pende del techo del gimnasio y como nota que baja con mucha aceleración frena presionando la cuerda con los pies para bajar a velocidad constante. ¿Cuánto vale la tensión de la cuerda?
a) Cuando desciende con aceleración, a.
b) Cuando desciende con velocidad constante.
c) ¿Por qué aprieta la cuerda con los pies para frenar?

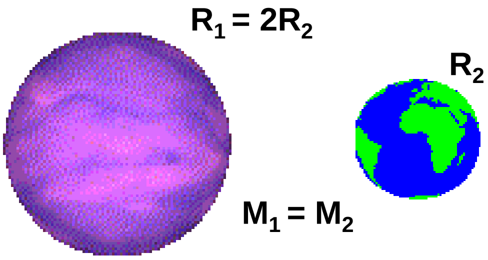


a) Desciende con aceleración a: $P - T = m\,a \Rightarrow T = m(g-a)$

b) Desciende con velocidad constante: $a = 0 \Rightarrow P = T = mg$

c) Aprieta la cuerda con los pies para aumentar la fuerza de rozamiento: $F_R = \mu F$

2. a) Dos planetas tienen igual masa, pero el radio del primero es doble del radio del segundo, ¿qué relación hay entre las velocidades de escape?
b) Suponiendo que la relación de radios sigue siendo la del apartado anterior, ¿qué ocurriría si los planetas tuviesen no la misma masa sino la misma densidad?



$$v_{e1} = \sqrt{\frac{2GM}{2R_2}} \quad ; \quad v_{e2} = \sqrt{\frac{2GM}{R_2}}$$

- Dividiendo la segunda ecuación entre la primera:

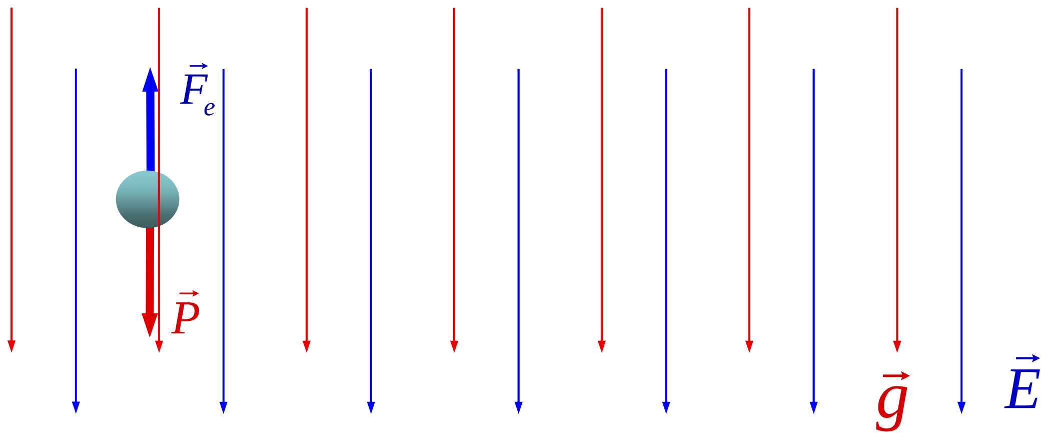
$$\frac{v_{e2}}{v_{e1}} = \sqrt{\frac{2R_2}{R_2}} = \sqrt{2}$$

- En el caso de que los dos planetas tengan la misma densidad:

$$d_1 = \frac{M_1}{\frac{4}{3}\pi R_1^3} \quad ; \quad d_2 = \frac{M_2}{\frac{4}{3}\pi R_2^3} \quad \Rightarrow \quad \frac{M_1}{M_2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

$$\frac{v_{e1}}{v_{e2}} = \frac{\sqrt{\frac{2GM_1}{R_1}}}{\sqrt{\frac{2GM_2}{R_2}}} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}\cdot\frac{R_2}{R_1}} = \sqrt{\frac{R_1^3}{R_2^3}\cdot\frac{R_2}{R_1}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{2R_2}{R_2} = 2$$

3. En un día en calma, el campo eléctrico sobre la superficie de la Tierra es de 100 N/C y una gota de agua, con una carga neta 250 veces mayor que la carga del electrón, permanece inmóvil, suspendida en el aire. La masa de la gota es $4{,}1\cdot10^{-16}$ kg. Verdadero o falso. Razonar la respuesta.
Datos: e = $1{,}6\cdot10^{-19}$ C; g = 9,8 m/s^2 .



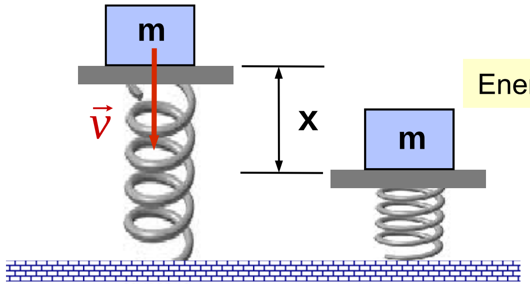
$$F_e = P \;\Rightarrow\; qE = mg \;\Rightarrow\; m = \frac{q\,E}{g} = \frac{250.1{,}6.10^{-19}.100}{9{,}8} = 4{,}1.10^{-16}\,kg$$

- Verdadero

4. Sobre un muelle sin masa y perfectamente elástico de constante elástica *k*, se deja caer un objeto de masa *m*, que al tomar contacto con el muelle tiene una velocidad *v*. la inercia de la masa comprime al muelle que seguidamente se distiende lanzando de nuevo al objeto hacia arriba. ¿Cuál es la fuerza máxima que ejerce el resorte sobre el suelo? Deducir su expresión en función de las magnitudes *k*, *m* y *v*.

Energía cinética

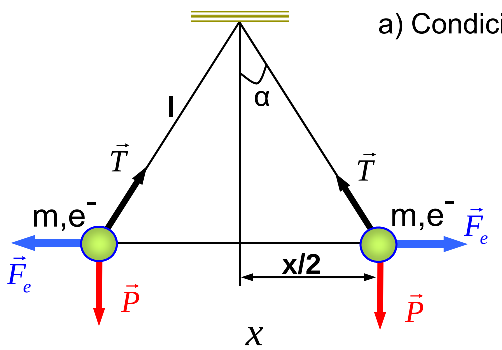
$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{1}mv^2 = \frac{1}{2}kx \Rightarrow x = \sqrt{\frac{mv^2}{k}}$$



Energía potencial elástica

$$F = kx = k\sqrt{\frac{mv^2}{k}} = v\sqrt{mk}$$

2. Dos pequeñas esferas, de masa **m** cada una, están sujetas por hilos de longitud **l** suspendidas de un punto común. Cuando ambas se cargan con la misma carga eléctrica q, los hilos se separan hasta formar un ángulo determinado. Suponga que se encuentran en el vacío, próximas a la superficie terrestre.
a) Calcular la distancia de equilibrio entre las esferas, si se supone que el hilo no tiene masa y que el ángulo que forman los hilos es muy pequeño (se puede considerar que el seno es aproximadamente igual a la tangente).
b) Si se supone que las esferas pierden carga a razón de **b C/s**, ¿con qué velocidad se aproximan entre sí?



a) Condición de equilibrio para cada esfera: $\vec{T} + \vec{P} + \vec{F}_e = 0$

$$T\cos\alpha = mg$$

$$T\,sen\,\alpha = F_e = k\frac{q^2}{x^2} \qquad tg\,\alpha = F_e = k\frac{q^2}{m\,g\,x^2}$$

- Recordemos que: $tg\,\alpha \simeq sen\,\alpha = \frac{x/2}{l}$

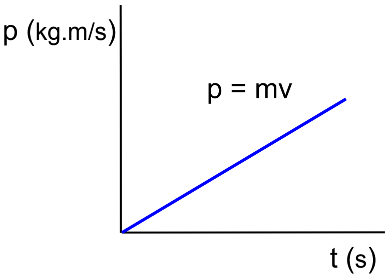
$$\frac{\frac{x}{2}}{l} = k\frac{q^2}{m\,g\,x^2} \Rightarrow x^3\,m\,g = k\,q^2.2l \Rightarrow \boxed{x = \sqrt[3]{\frac{2kq^2l}{mg}}}$$

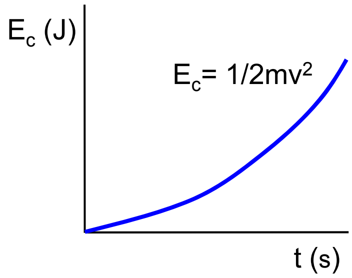
b) Al disminuir la carga de las esferas, disminuye la fuerza entre ambas, por lo que se aproximan entre sí:

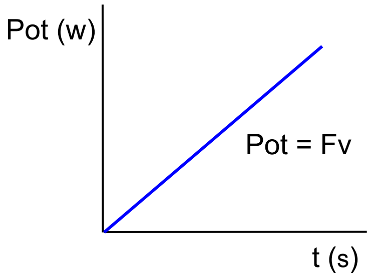
$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dq}.\frac{dq}{dt} = \frac{dx}{dq}.G \qquad \boxed{v = \frac{2}{3}\left(k\frac{2l}{mg}\right)^{\frac{1}{3}}.q^{-\frac{1}{3}}.G}$$

1. Un vehículo parte del reposo y recorre un camino rectilíneo horizontal movido por un motor que ejerce una fuerza constante. El rozamiento con el suelo y la resistencia que ofrece el aire son inapreciables. Representar gráficamente la variación con el tiempo de a) la cantidad de movimiento; b) la energía cinética; c) la potencia desarrollada por el motor.

- La fuerza motor constante origina una aceleración constante, como la trayectoria es recta, el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado: v= a.t



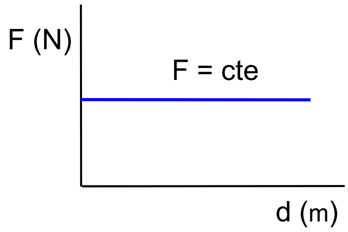




2. Una carga positiva puntual se transfiere desde la placa X cargada positivamente hasta la placa Y cargada negativamente, de un condensador plano de plazas paralelas. Dibujar la gráfica que muestra la relación entre la fuerza eléctrica F que experimenta la carga y su distancia d a la placa.

- La relación entre el campo eléctrico y la d.d.p entre las placas de un condensador plano viene dada por la expresión:

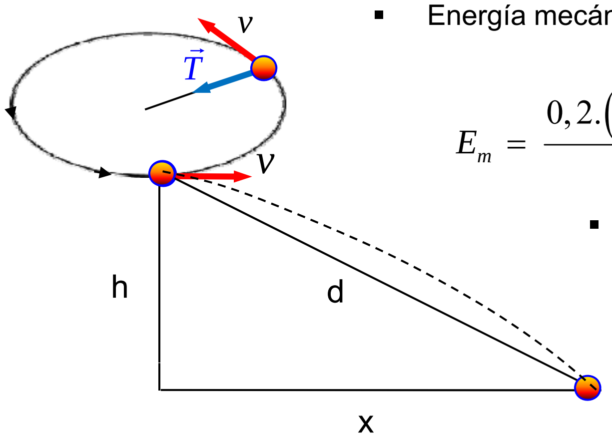
$$E = \frac{V_1 - V_2}{d} = cte \;\Rightarrow\; F = qE = cte$$



1. Con una honda de 1,2 m de radio se hace girar una piedra de 200 g a razón de 400 vueltas por minuto sobre un plano horizontal situado a 6 m del suelo. Se supone que la masa de la cuerda es despreciable. Calcula: a) La tensión de la cuerda. b) La energía mecánica de la piedra al girar.
c) La distancia que recorrerá la piedra desde el momento en que se suelta hasta que llega al suelo, suponiendo que éste es horizontal.

- Tensión de la cuerda: $T = F_c = mw^2r = 0,2kg.41,86^2\ rad/s.1,2m = 420,67\ N$

- Siendo: $w = 400\,rpm = \dfrac{400\,rpm.2\pi rad.rpm^{-1}}{60\,s.\min^{-1}} = 41,86\,rad.s^{-1}$



- Energía mecánica: $E_m = E_c + E_p = \dfrac{mv^2}{2} + mgh$

$$E_m = \frac{0,2.\left(41,86^2 . 1,2\right)}{2} + 0,2.10.6 = 264,32\ J$$

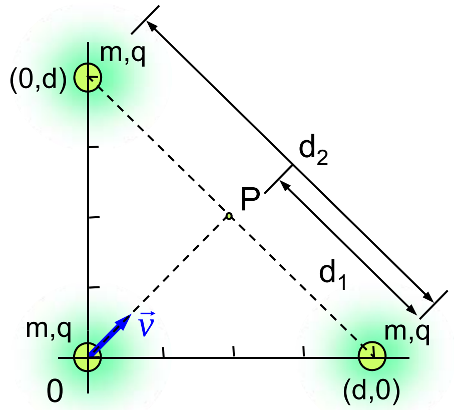
- Distancia recorrida:

$$h = \frac{gt^2}{2} = 6\,m \Rightarrow t_{caer} = 1,09\,s$$

$$x_{alcance} = v.t = 41,86 . 1,2 . 1,09\,m = 55\,m$$

$$d = \sqrt{h^2 + x^2} = \sqrt{6^2 + 55^2} = 55,33\,m$$

2. Tres cargas puntuales de igual masa m y carga q, están situadas una en el origen y las otras dos en los puntos (d,0) y (0,d) de un sistema de coordenadas en un plano. Se comunica a la que está en el origen una cierta velocidad inicial v dirigida al punto P, situado en el centro del segmento que une a las otras dos cargas, que permanecen fijas. Despreciando la interacción gravitatoria, determine v para que la velocidad de la carga al pasar por el punto P sea v/2. Datos: k = 9·10⁹ (SI); m = 1 kg; q = 2 μC; d = 1 m.



$$E_{m0} = E_{c0} + E_{p0} = \frac{1}{2}mv^2 + qV_0 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{2kq^2}{d}$$

$$E_{mp} = E_{cp} + E_{pp} = \frac{1}{2}m\left(\frac{v}{2}\right)^2 + qV_p = \frac{1}{8}mv^2 + \frac{4kq^2}{d\sqrt{2}}$$

- Siendo: $V_p = k\frac{2q}{d_1} = k\frac{2q.2}{d\sqrt{2}} = 4k\frac{q}{d\sqrt{2}}$

$$d_1 = \frac{d_2}{2} = \frac{\sqrt{d^2+d^2}}{2} = \frac{d\sqrt{2}}{2}$$

- Igualando la energía mecánica en los puntos 0 y P, se ordena la ecuación y se despeja v:

$$E_m = Cte \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + \frac{2kq^2}{d} = \frac{1}{8}mv^2 + q\frac{4kq}{d\sqrt{2}} \Rightarrow v = 4q\sqrt{\frac{k}{3md}.\left(\frac{2}{\sqrt{2}}-1\right)}$$

$$v = 4.2.10^{-6}\sqrt{\frac{9.10^9}{3.1.1}.\left(\frac{2}{\sqrt{2}}-1\right)} \Rightarrow \boxed{v = 0,28\,m.s^{-1}}$$

1. Una piedra de 0,1 kg cuelga del extremo de un hilo de 1 m de longitud sin romperse el hilo. Si se deja caer esa misma masa desde 1 m de altura el hilo se rompe. ¿Por qué?

- Cuando la piedra cuelga libremente, la fuerza que soporta el hilo vale: $F = mg$
- Impulso que recibe el hilo debido a la caída:

$$F.\Delta t = m(v-0) = m\sqrt{2gh} \Rightarrow F = \frac{m\sqrt{2gh}}{\Delta t}$$

- Siendo Δt el intervalo de tiempo que tarda la piedra en detenerse.
- Cuando la piedra cae, la fuerza que soporta el hilo vale: $F_{soporta\ hilo} = mg + \frac{m\sqrt{2gh}}{\Delta t}$

2. Comente la siguiente frase, indicando si le parece correcta o falsa y explicando las razones que le llevan a creerlo así: "Si en un momento determinado el momento lineal de un cuerpo vale 0, podemos decir que ese cuerpo se encuentra aislado".

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow si\ \vec{P} = 0 \Rightarrow \vec{F} = 0$$

- La resultante de las fuerzas vale cero: el sistema se encuentra aislado

3. Dos coches, uno pesado y otro ligero, se mueven con igual velocidad inicial y se detienen por rozamiento con el suelo. El coche pesado recorre mayor distancia antes de detenerse que el ligero. (Verdadero/Falso. Razonar).

- El trabajo de la fuerza de rozamiento incrementa negativamente la energía cinética:

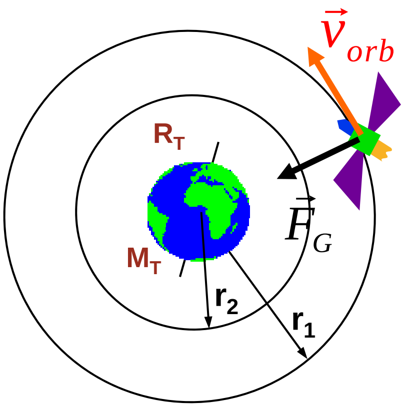
$$W_{F_R} = \Delta E_c \quad \Rightarrow \quad F_{F_R} d.\cos 180 = 0 - \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad \mu mgd = -\frac{1}{2}mv^2 \qquad \boxed{d = \frac{v^2}{2\mu g}}$$

- Falso: la distancia hasta detenerse "d" no depende de la masa, ambos coches se detienen tras haber recorrido iguales distancias.

4. Comente la siguiente frase, indicando si le parece correcta o falsa y explicando por qué lo cree así: "Cuando un cuerpo describe un movimiento circular uniforme su velocidad permanece constante, por lo que su energía cinética también permanece constante.

- El módulo de la velocidad permanece constante (celeridad ó rapidez), aunque se modifica la dirección. Por tanto le energía cinética permanece constante.

1. Un satélite artificial de 500 kg gira en torno a la Tierra en una órbita circular a 500 km de altura sobre la superficie. a) Si su energía disminuye a razón de 7200 julios por vuelta, ¿cuántas revoluciones habrá completado cuando su altura se haya reducido a 400 km?; b) Cuando el satélite está orbitando a 400 km de altura, ¿en cuánto se ha de incrementar su velocidad para conseguir la velocidad de escape?
$M_T = 6\cdot10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km.



$$E_{m1} = E_{c1} + E_{p1} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r_1} = -1,4563.10^{10}\ J$$

$$E_{m2} = E_{c2} + E_{p2} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r_2} = -1,4778.10^{10}\ J$$

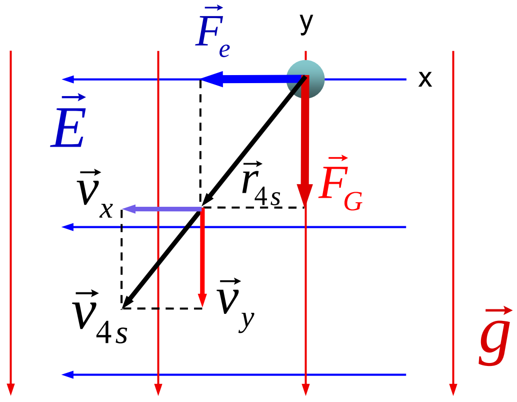
$$n_{vueltas} = \frac{\Delta E_m}{7200\frac{J}{vuelta}} = 29921,4\, vueltas$$

b) Velocidad de escape: $-G\frac{Mm}{r_2} + \frac{1}{2}m\left(v+\Delta v\right)^2 = E_{m_\infty} = 0 \quad \Rightarrow \quad v + \Delta v = \sqrt{\frac{2GM}{r_2}}$

$$\Delta v = \sqrt{\frac{2GM}{r_2}} - \sqrt{\frac{GM}{r_2}} = \sqrt{\frac{GM}{r_2}}\left(\sqrt{2}-1\right) \quad \Rightarrow \quad \Delta v = \sqrt{\frac{6,67.10^{-1}.6.10^{24}}{6770.10^3}}\left(\sqrt{2}-1\right)$$

$$\boxed{\Delta v = 3075,4\ m.s^{-1}}$$

2. Un cuerpo cuya masa es 40 g tiene una carga positiva de 100 µC. Se deja caer en el seno de un campo eléctrico constante perpendicular al campo gravitatorio y cuya intensidad viene dada por **E** = -2**i** N/C.
a) Calcula la posición de ese cuerpo, con respecto al punto desde el que se deja caer, a los 4 segundos de haber sido lanzado. ¿Qué velocidad tiene en ese instante? b) ¿Cuál es la ecuación de la trayectoria de ese cuerpo?



$$y_{4\,s} = -\frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2}9{,}8.4^2 = -78{,}4\,m$$

$$x_{4\,s} = -\frac{1}{2}at^2 = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 = = -\frac{1}{2}\frac{100.10^{-6}.2}{40.10^{-3}}.4^2 = = -4.10^{-2}\,m$$

- Siendo : $F_e = qE = ma \Rightarrow a = \frac{qE}{m}$

- La posición a los 4 s de haber sido lanzado es: $\vec{r}_{4\,s} = \left(-4.10^{-2}\,i - 78{,}4\,j\right)m$
- Velocidad a los 4s:

$$\vec{v}_{4\,s} = v_{x4}\vec{i} + v_{y4}\vec{j} = \frac{qE}{m}t\,\vec{i} + gt\,\vec{j} = -\frac{100.10^{-6}.2}{40.10^{-3}}.4\vec{i} - 9{,}8.4\,\vec{j} = \left(-0{,}02\vec{i} - 39{,}2\vec{j}\right)\frac{m}{s}$$

- Ecuación de la trayectoria:

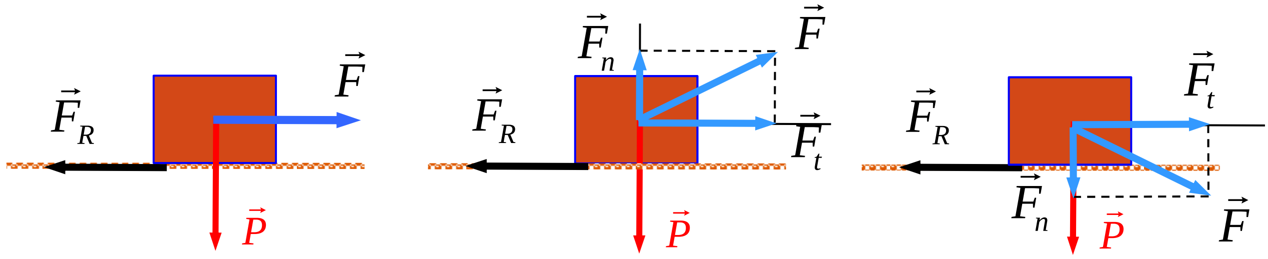
$$x = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2xm}{qE} \qquad y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\frac{2xm}{qE} = kx$$

- Ecuación de una recta: la trayectoria es rectilínea

1. En un día en que el viento lleva una velocidad de 20 m/s ¿qué energía le comunica en media hora a un barco cuya vela tiene 40 m² de superficie? Dato: densidad del aire = 1290 g/m³.

- Volumen de aire en 1 segundo: $V_{aire\,1s} = s.v = 40\,m^2.20\frac{m}{s} = 800\frac{m^3}{s}$
- Masa de aire en 1 segundo: $m_{aire\,1s} = vol.d = 800\frac{m^3}{s}.1290\frac{kg}{m^3} = 1032\frac{kg}{s}$
- Masa de aire en 30 minutos: $m_{aire\,30\min} = 1032\frac{kg}{s}.1800\,s = 1857{,}6.10^3\,kg$
- Energía de esa masa de aire: $E_c = \frac{1}{2}m.v^2 = 1857{,}6.10^3\,kg.20^2\frac{m^2}{s^2} = 3{,}72.10^8\,J$

2. Se quiere deslizar una caja de libros por el suelo, tirando de una cuerda atada a la caja.
¿En qué caso la fuerza necesaria es menor: tirando en dirección horizontal, con la cuerda inclinada hacia arriba, o con la cuerda inclinada hacia abajo?

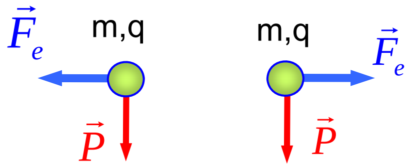


$$F = F_R = \mu m g \qquad F_R = \mu\left(m g - F_N\right) \qquad F_R = \mu\left(m g + F_N\right)$$

- La fuerza de rozamiento es menor cuando tiramos con la cuerda inclinada hacia arriba.

Olimpiada de Física 2009. Cuestiones 3 y 4

3. Dos cuerpos cargados iguales (m = 10 g; q = 30 nC), mantenidos en reposo, están separados una distancia de 5 cm. A continuación se liberan y, espontáneamente, se separan, ¿Qué velocidad tendrán cuando se hayan separado mucho? (despreciar la interacción gravitatoria). K = $9{\cdot}10^9$ (SI)



- La energía potencial electrostática cuando están próximos, y en reposo, se transforma en energía cinética al separarse mucho (donde la energía potencial vale cero).

$$\Delta Ep_{elec} = \Delta Ec \;\Rightarrow\; k\frac{q^2}{r} = 2.\frac{1}{2}mv^2$$

$$v=\sqrt{\frac{kq^2}{mr}} = q\sqrt{\frac{k}{mr}} = 30.10^{-9}\sqrt{\frac{9.10^9}{10.10^{-3}.5.10^{-2}}} = 0{,}12\,\frac{m}{s}$$

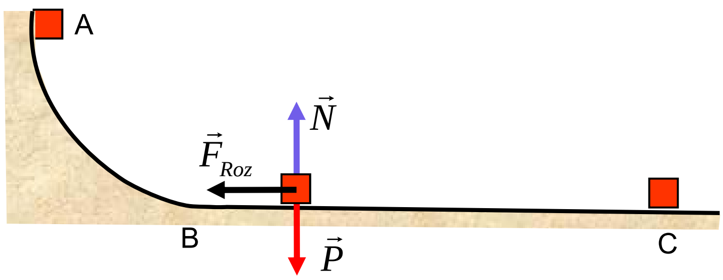
4. Un bloque de madera se desplaza sobre una mesa horizontal desde un punto A hasta un punto B. Como no hay variación de altura, el trabajo realizado por la fuerza de gravedad no depende del camino seguido (Verdadera/Falsa. Razonar)

- Verdadero: la fuerza de la gravedad y el desplazamiento son perpendiculares, por tanto el trabajo realizado por la fuerza de la gravedad siempre es cero.

$$W_p = P.r.\cos 90 = 0$$

Olimpiada de Física 2010. Problema 1

1. Un bloque de masa 1 kg se abandona, partiendo del reposo, en el punto más alto A de una pista constituida por el cuadrante de circunferencia de radio 1,5 m. Desliza por el interior de la pista y alcanza el punto más bajo B con una velocidad de 3,6 m/s. Desde el punto B desliza sobre la superficie horizontal una distancia de 2,7 m hasta llegar al punto C en el cual se detiene. Calcular:
a) Coeficiente de rozamiento sobre la superficie horizontal.
b) Trabajo que realiza la fuerza de rozamiento mientras el cuerpo desliza de A a B sobre el aro circular.



- Aplicando la 2ª ley de Newton a la superficie horizontal:

$$F_R = \mu mg = -ma \;\Rightarrow$$

$$\mu = -\frac{a}{g} = -\frac{v_f^2 - v_i^2}{2sg} = 0{,}24$$

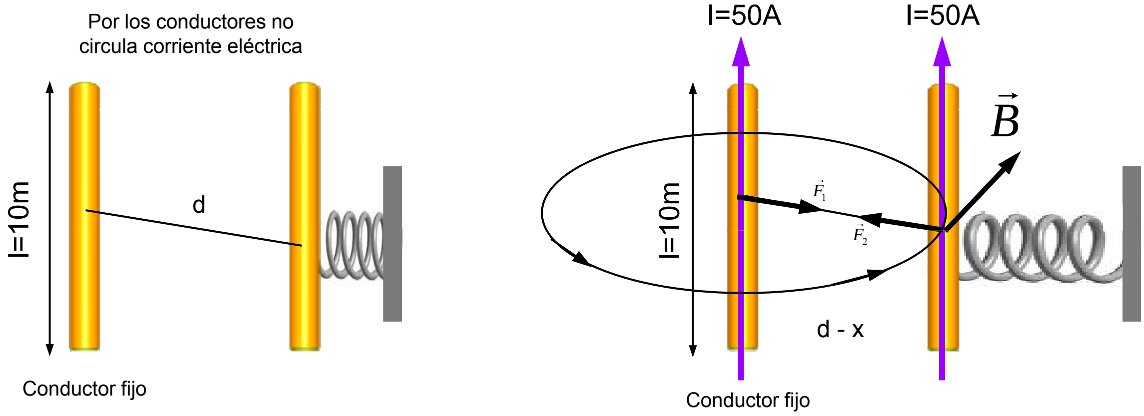
- Puesto que el movimiento entre B y C es m.r.u.v, y por tanto: $v_f^2 - v_i^2 = 2as \;\Rightarrow\; a = \dfrac{v_f^2 - v_i^2}{2s}$

- b) El trabajo de la fuerza de rozamiento es igual a la variación de energía mecánica del bloque durante el descenso:

$$W_{F_R} = \Delta E_m = E_{m_A} - E_{mB} = \left(E_{c_B} + E_{pB}\right) - \left(E_{c_A} - E_{p_A}\right) = E_{c_B} - E_{p_A}$$

$$W_{F_R} = E_{c_B} - E_{p_A} = \frac{1}{2}mv^2 - mgh = -8{,}2\ J$$

2. Tenemos dos cables rígidos, paralelos, de longitud l, separados una distancia d. El cable de la izquierda está fijo y el de la derecha está sujeto a un muelle de constante elástica k. Cuando por los cables circula la misma intensidad I en el mismo sentido, el muelle varía su longitud inicial en reposo una cantidad x. Calcula x.
Datos: l = 10 m; d = 0,5 m; k = 0,1 N/m; I = 50 A; $\mu_o = 4\pi.10^{-7}$ (SI)



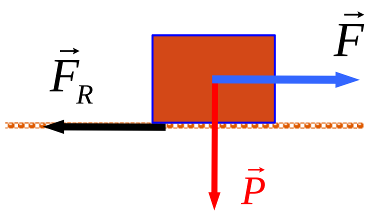
- Cuando por ambos conductores circula la corriente eléctrica aparece entre ellos un par de fuerzas, debido al campo magnético, de tal forma que el conductor fijo desplazará al móvil:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{d-x} \qquad F = BI\,l\,sen 90 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{d-x}\, l = k\,x$$

- Despejando x: x_1 = 0,14 m y x_2 = 0,36 m . Hay dos puntos de equilibrio, el cable se queda en la primera posición.

1. ¿Cómo se pueden medir los coeficientes de rozamiento, estático y dinámico, de un bloque de madera sobre una superficie determinada, si se dispone solamente de un dinamómetro para ello? ¿Y si sólo se dispone de un plano que se puede inclinar a conveniencia, además de un transportador de ángulos?

- Plano horizontal



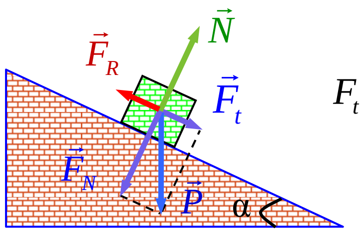
- Para medir el coeficiente de rozamiento estático μ_e se va aumentando la fuerza $\vec{F}$ hasta que el cuerpo comience a deslizar. Con el dinamómetro se miden $\vec{F}_{R_1}$ y $\vec{P}$:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{R_1} = \mu_e \vec{P} \Rightarrow \mu_e = \frac{\vec{F}_{R_1}}{\vec{P}}$$

- Para medir el coeficiente de rozamiento dinámico, μ_d , se va disminuyendo la fuerza $\vec{F}$ hasta que el movimiento sea rectilíneo uniforme , entonces se cumple que:

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{R_2} = \mu_d \vec{P} \Rightarrow \mu_d = \frac{\vec{F}_{R_2}}{\vec{P}}$$

- Plano inclinado



- Se va aumentando la inclinación del plano hasta que el cuerpo comienza a deslizar:

$$F_t = F_R \Rightarrow mg\,sen\,\alpha = \mu_e\, mg \cos\alpha \Rightarrow \mu_e = \frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha} = tg\,\alpha$$

- A continuación se va disminuyendo la inclinación del plano hasta que el cuerpo deslice con movimiento rectilíneo uniforme:

$$F_t^{'} = F_R^{'} \Rightarrow mg\,sen\,\alpha^{'} = \mu_d\, mg \cos\alpha^{'} \Rightarrow \mu_d = \frac{sen\,\alpha^{'}}{\cos\alpha^{'}} = tg\,\alpha^{'}$$

2. El cometa Halley se hace visible en la Tierra cada 76 años. En consecuencia, su distancia media al Sol es aproximadamente $2{,}7\cdot10^{9}$ km. (Verdadero / Falso. Razonar). Dato: Distancia media Tierra-Sol = $1{,}5\cdot10^{8}$ km)

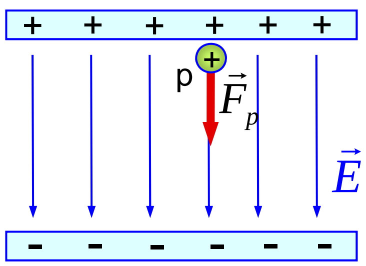
- Aplicando la 3ª ley de Kepler: $\dfrac{T_H^2}{T_T^2} = \dfrac{R_H^3}{R_T^3}$

- El radio de la órbita del cometa Halley es:

$$R_H^3 = \sqrt[3]{\frac{R_T^3.T_H^2}{T_T^2}} = R_T\sqrt[3]{\frac{.T_H^2}{T_T^2}} = 1,5.10^8\sqrt[3]{\frac{76^2}{1^2}} = 2,7.10^9\ km$$

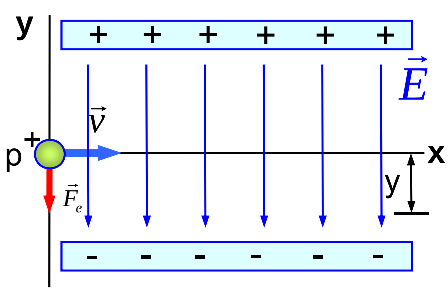
- Verdadero.

3. Analice el movimiento de un protón entre dos planos paralelos cargados, uno positivo y otro negativo, debido exclusivamente al campo eléctrico creado entre ambos.
a) Si lo colocamos en reposo junto al plano positivo.
b) Si lo lanzamos con cierta velocidad inicial en una dirección paralela a los planos.



- Entre las placas se crea un campo eléctrico uniforme perpendicular a la superficie de las mismas y dirigido desde la placa positiva a la negativa. Sobre el protón actúa la correspondiente fuerza eléctrica, por tanto, su movimiento será rectilíneo uniformemente acelerado.

$$F = qE \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = cte \Rightarrow x = \frac{a\,t^2}{2} = \frac{q\,E}{2\,m}t^2$$



- La trayectoria corresponde a la composición de dos movimientos, en los ejes x e y.

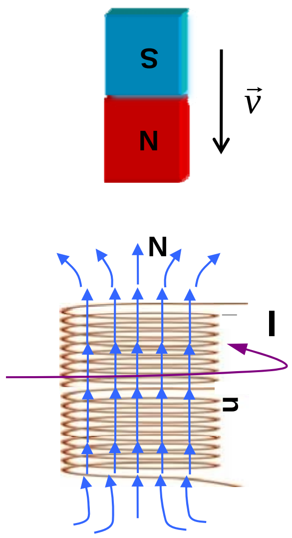
$$Eje\ \ x: m.r.u\quad x = v_0 t$$

$$Eje\ \ y: m.r.u.a.:\ \ y = \frac{a\,t^2}{2} = \frac{q\,E}{2m}t^2$$

$$y = \frac{1}{2}\frac{q\,E}{m}\frac{x^2}{v_0^2}$$

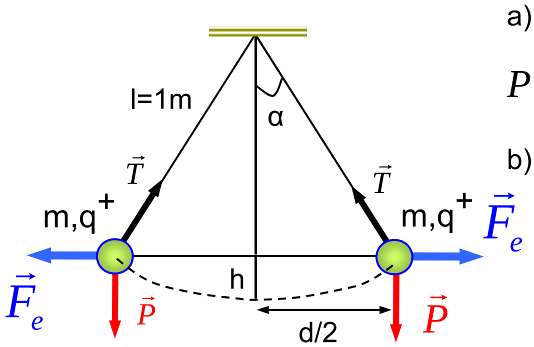
- Ecuación de una parábola

4. Dejamos caer verticalmente un potente imán por el interior de una bobina con un elevado número de espiras y suficientemente larga.
a) Razone, aplicando la ley de Lenz - Faraday, el tipo de movimiento que tendrá el imán en su caída.
b) Dibuje el sentido de la corriente inducida en la bobina.



- Por el peso del imán este debería caer con m.r.u.a. con aceleración de la gravedad g. No obstante, la variación del flujo magnético por el movimiento del imán en el interior de la bobina, induce un f.e.m. y, por tanto una corriente eléctrica que hace que se ejerza una fuerza magnética sobre el imán, que se opone a su movimiento (ley de Faraday-Lenz).
- Cuando esta fuerza equilibra al peso, el movimiento del imán es rectilíneo uniforme.
- Considerando la Ley de Lenz, el sentido de la corriente inducida es tal que el campo magnético que produce se opone a la causa que lo originó.

1. Dos esferas muy pequeñas de 10 g de masa y cargadas positivamente con la misma carga, se encuentran en los extremos de dos hilos de longitud 1m suspendidos del mismo punto. El ángulo que forman los hilos en la posición de equilibrio es de 60º. a) Calcula el valor de la tensión de los hilos en la posición de equilibrio. b) La carga de cada esfera. c) Si se quita una de las esferas, calcula la velocidad de la otra al pasar por la vertical. d) Si se desea que al desaparecer una esfera la otra permanezca en la misma posición de equilibrio del apartado a) , calcula el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) que será necesario aplicar.
Datos: g = 9,8 m/s^2 , K = 9.10^9 (SI)



a) Condición de equilibrio para cada esfera:

$$P = T\cos\alpha \;\Rightarrow\; T = \frac{P}{\cos\alpha} = \frac{10.10^{-3}.9,8}{0,86} = 0,11\,N$$

b) Carga de cada esfera:

$$tg\,\alpha = \frac{F_e}{P} = \frac{k\,\frac{q^2}{d^2}}{mg} \;\Rightarrow\; q = \sqrt{\frac{mgd^2 tg\,\alpha}{k}} = 2,5.10^{-6}\,C$$

c) Quitamos una esfera:

$$h = l - l' = l - l\cos\alpha = l\left(1-\cos\alpha\right) = 0,14\,m$$

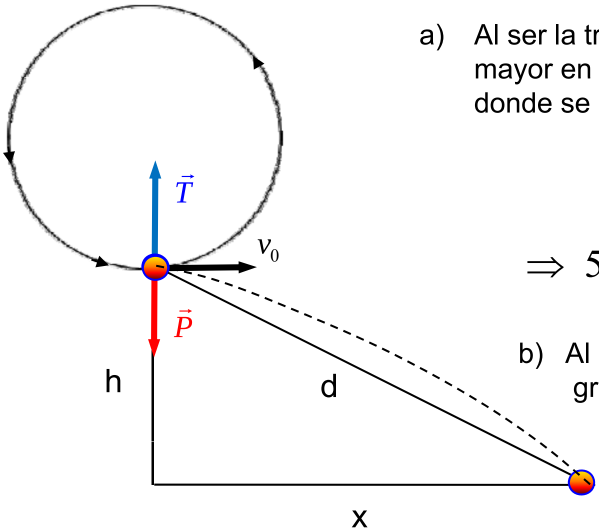
$$\Delta E_p = \Delta E_c \;\Rightarrow\; mgh = \frac{mv^2}{2} \;\Rightarrow\; v = \sqrt{2gh} = 1,62\,m.s^{-1}$$

d) Aplicamos el campo eléctrico que sustituye a una de las esferas:

$$F_e = T\,sen\,\alpha = q.E \;\Rightarrow\; E = \frac{T\,sen\,\alpha}{q} = 22.10^3\,N.C^{-1}$$

Dirección y sentido de la fuerza eléctrica

2. Con una honda de 1,2 m de radio se hace girar una piedra de 200g describiendo una circunferencia vertical cuyo centro está situado a 6m del suelo. Se supone que la masa de la cuerda es despreciable y que soporta una tensión máxima de 50N. Calcula:
a) La velocidad de la piedra en el momento de romperse la cuerda.
b) La distancia desde el punto en el que sale la piedra hasta el punto en el que llega al suelo.



a) Al ser la trayectoria una circunferencia vertical, la tensión es mayor en el punto mas bajo de la circunferencia, será ahí donde se romperá la cuerda:

$$T - P = F_c = m\frac{v_0^2}{e} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 50 - 0,2.9,8 = 0,2\frac{v_0^2}{1,2} \Rightarrow v_0^2 = 16,98\, m.s^{-1}$$

b) Al romperse la cuerda la piedra cae, por la acción de la gravedad, bajo la composición de dos movimientos:

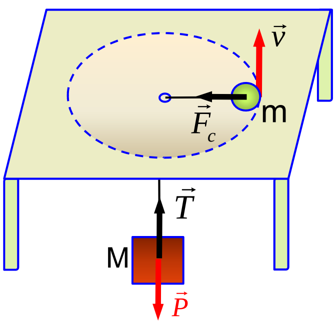
$$x = v_0 t \Rightarrow x = 16,98\, m.s^{-1}.1s = 16,98m$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 6 - 1,2 = \frac{1}{2}9,8.t^2 \Rightarrow t = 1s$$

- La distancia que recorre hasta llegar al suelo:

$$d = \sqrt{h^2 + x^2} = \sqrt{4,8^2 + 16,98^2} = 17,64\, m$$

1. Una masa m colocada sobre una superficie horizontal lisa está unida a una masa M mediante una cuerda de masa despreciable que cuelga por un agujero practicado en dicha superficie. La masa m se mueve describiendo una trayectoria circular de radio r sobre dicha superficie, con centro en el agujero y con una velocidad v. Determinar la masa M para que ese movimiento se mantenga.



- El peso origina la fuerza centrípeta para que la bola gire:

$$P = F_c \Rightarrow Mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow M = \frac{mv^2}{rg}$$

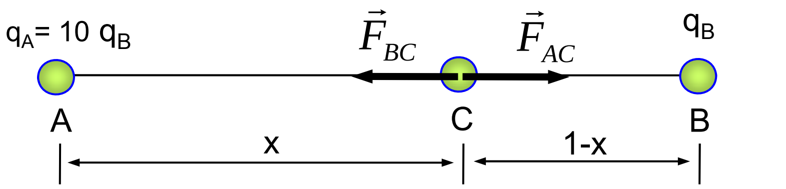
2. En algunos textos puede leerse que la presión en una magnitud que representa la energía por unidad de volumen en una zona determinada. ¿Qué argumentos puedes dar para justificar que esta definición al menos no es imposible?

- A partir de la ecuación de dimensiones de la presión:

$$[p] = \frac{[F]}{[s]} = \frac{M.L.T^{-2}}{L^2} = M.L^{-1}.T^{-1} \qquad [p] = \frac{[energía]}{[volumen]} = \frac{M.L.T^{-2}.L}{L^3} = M.L^{-1}.T^{-1}$$

- Es posible, porque las dos definiciones tienen las mismas dimensiones.

3. Se tiene tres bolitas esféricas conductoras idénticas, A, B y C, de radio muy pequeño. A y B están fijas y separadas por una distancia de 1,0 m. Sus cargas son negativas pero la de A es 10 veces mayor que la de B. La bola C es al principio eléctricamente neutra y se puede mover libremente por la recta que une A con B. Se toma la bola C con unas pinzas aislantes y se pone en contacto con A, dejándola después que se mueva libremente a lo largo de la línea AB. ¿En qué posición quedará la bola C en equilibrio?



- La carga de A se reparte entre las bolas A y C: $q'_A = q'_C = \dfrac{q_A}{2} = \dfrac{10 q_B}{2}$
- La bola C estará en equilibrio cuando se igualen las fuerzas que ejercen sobre ella las bolas A y B:

$$K\frac{q'_A . q_C}{x^2} = K\frac{q'_C . q_B}{(1-x)^2} \Rightarrow \frac{5q_B . 5q_B}{x^2} = \frac{5q_B . 5q_B}{(1-x)^2}$$

$$4x^2 - 10x + 5 = 0 \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 1,84\,m \\ x_2 = 0,69\,m \end{array}$$

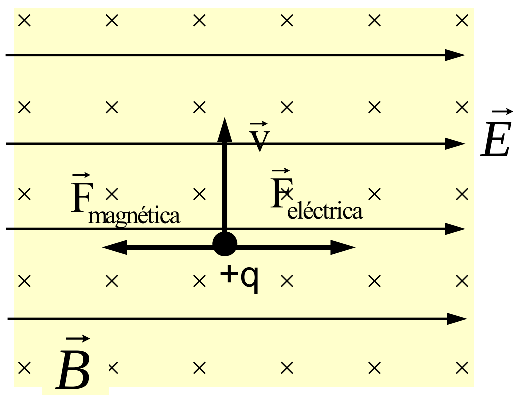
- Solución válida

4. Razone la respuesta a las siguientes cuestiones:
a) ¿Cómo se puede averiguar si en una región del espacio hay un campo eléctrico o un campo magnético?
b) ¿Un haz de protones puede atravesar una zona en la que hay un campo eléctrico y uno magnético, sin desviarse?

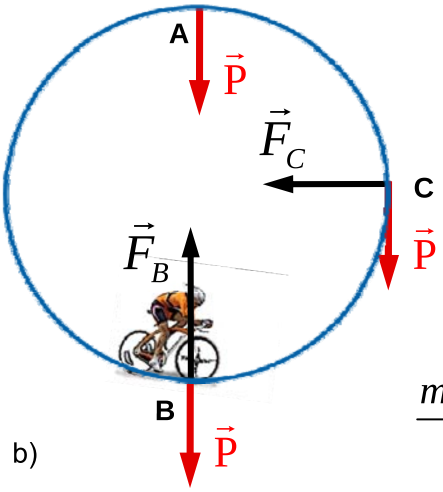
- Una carga de prueba en un punto cualquiera del espacio en donde está definido un campo eléctrico, se verá sometida a una fuerza de atracción o repulsión.
- Un imán o una carga eléctrica en movimiento pondrá de manifiesto la existencia de un campo magnético debido a las fuerzas que sobre el imán o la carga aparecen.

- Un haz de protones puede atravesar una zona en la que hay un campo eléctrico y un campo magnético sin desviarse, cuando la resultante de las fuerzas eléctricas y magnéticas que crean dichos campos sea nula:

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right] = 0}$$



1. Un ciclista de 80 kg de masa, se desliza, sin pedalear y sin rozamiento, siguiendo un meridiano interior de una esfera de 5 m de diámetro.
   a) ¿Qué velocidad mínima debe llevar en el punto más bajo de la trayectoria para que en el punto más alto la bicicleta no abandone la pista?
   b) En el supuesto del apartado anterior, o sea, velocidad mínima en el punto más bajo, calcular la fuerza ejercida por el ciclista sobre la superficie de la esfera en el punto inferior, en el punto superior y en los puntos contenidos en un diámetro horizontal de la esfera.



a) Para que el ciclista no abandone la pista en ningún momento, en el punto superior la fuerza centrípeta mínima será el peso del cuerpo:

$$m\,g = m\frac{v_A^2}{R} \;\Rightarrow\; v_A = \sqrt{g\,R} = 5\,m.s^{-1}$$

- Para calcular la velocidad en el punto más bajo V_b, se aplica el principio de conservación de la energía mecánica :

$$Ec_A + Ep_A = Ec_B + Ep_B$$

$$\frac{mv_A^2}{2} + mg\,2R = \frac{mv_B^2}{2} + 0;\; V_B = \sqrt{4gR + V_A^2} = 11{,}1\; m.s^{-1}$$

b)

P. Inferior B: $F_B - m\,g = m\frac{v_B^2}{R} \;\Rightarrow\; F_B = m\,g + m\frac{v_B^2}{R} = 4720\,N$

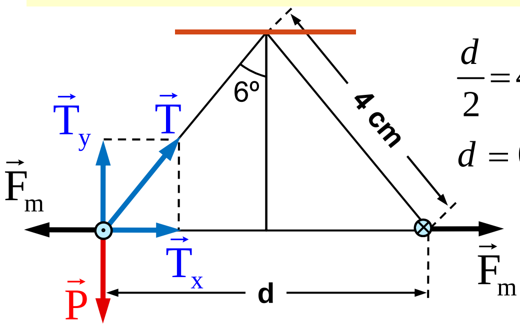
P. Superior A: $F_A = 0$

- Para calcular V_c igualamos $E_{mB} = E_{mC}$

P. Intermedio C: $F_C = m\frac{v_c^2}{R} = 2958{,}4\,N$

$$\frac{mv_B^2}{2} = mg\,R + \frac{mv_C^2}{2} \;\Rightarrow\; v_c = 8{,}6\,m.s^{-1}$$

1. Dos cables, largos y paralelos (figura 1), de densidad ρ = 0,05 kg/m, por los que circulan corrientes de la misma intensidad, cuelgan por medio de unos hilos, de longitud 4 cm, de dos puntos comunes. El sistema está en equilibrio cuando los hilos forman un ángulo de 12º entre sí.
   a) ¿La corriente está circulando en los conductores en el mismo sentido o en sentido contrario?
   b) ¿Cuál es la corriente que está circulando por los cables? Dato: $\mu_0 = 4\pi\,.10^{7}$ (SI)



$$\frac{d}{2} = 4\,sen\;6$$

$$d = 0{,}84\,cm$$

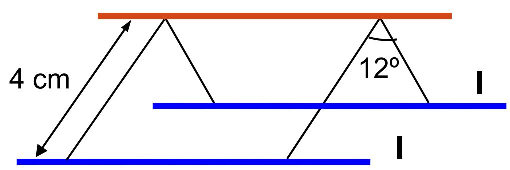


Figura 1

a) Para que exista repulsión, las corrientes han de circular en sentidos opuestos.

b) **La fuerza magnética por unidad de longitud**, sobre cada uno de los conductores situado en el campo magnético que crea el otro conductor vale:

$$F_m = B\,I\,l\;sen\;90 = \frac{\mu_0}{2\pi}.\frac{I}{d}\;I\,l = \frac{\mu_0\,I^2}{2\,\pi\,d}$$

- Igualando las componentes horizontales y verticales, en el equilibrio:

$$F_m = T_x = T.sen\alpha\;;\;P = T_y = T.\cos\alpha \;\Rightarrow\; tg\,\alpha = \frac{F_m}{P} = \frac{\mu_0\,I^2}{2\pi\,d}.\frac{1}{mg} = \frac{\mu_0\,I^2}{2\pi\,d}.\frac{1}{\rho g}$$

- Despejamos la intensidad: $I = \sqrt{\frac{2\pi\,d\,\rho g\,tg\alpha}{\mu_0}} = \sqrt{\frac{2\pi\,0{,}84.10^{-2}.0{,}05.9{,}8.tg6}{4\pi.10^{-7}}} = 46{,}6\,A$

1. Desde el punto de vista de la Tierra, la Luna tiene mayor energía mecánica que un cometa, no periódico, de 1000 kg de masa, en el punto de máximo acercamiento a la Tierra. (Verdadero / Falso) Razonar.

- Falso: La Luna es un cuerpo ligado a la Tierra y, en consecuencia, su energía total es negativa.
- Por el contrario, el cometa describe una trayectoria hiperbólica respecto a la Tierra, es decir, su energía total es siempre positiva.

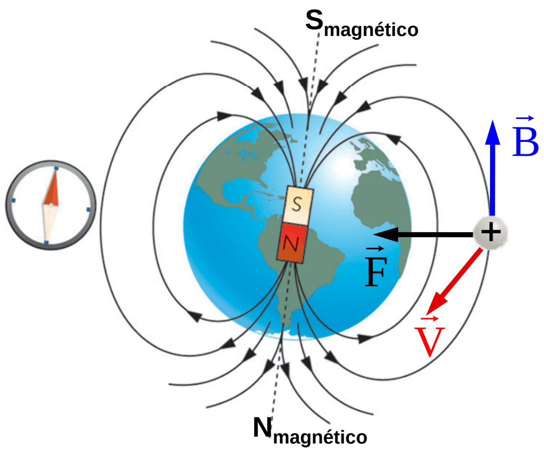
2. a) Se sabe que un hilo conductor atravesado por una corriente eléctrica experimenta una fuerza cuando se coloca dentro de un campo magnético. ¿Cómo es posible la acción del campo magnético si el hilo es eléctricamente neutro (igual densidad de cargas positivas y negativas?
b) Si el hilo conductor está en el seno de un campo eléctrico. ¿actuaría dicho campo sobre ese mismo hilo?

- El campo eléctrico no actúa sobre el conductor; el efecto sobre las cargas positivas equilibra el efecto sobre las negativas.
- Sin embargo, el campo magnético ejerce una fuerza que depende de la velocidad de las partículas. No hay, por tanto, compensación ya que las partículas positivas no se desplazan y no sufren la acción de las fuerzas magnéticas.

1. La fuerza de rozamiento estático no puede realizar trabajo, pero la fuerza de rozamiento dinámico si. (Verdadera / Falsa) Razonar.

- Verdadera: La fuerza de rozamiento estático nunca puede realizar trabajo, ya que no existe desplazamiento.
- Por el contrario, la fuerza de rozamiento dinámica si realiza trabajo, siendo éste negativo.

2. Queremos que un protón orbite alrededor del ecuador bajo la acción de la fuerza debida al campo magnético terrestre. ¿Debemos enviarlo hacia el este o hacia el oeste?



- El campo magnético terrestre en el ecuador está dirigido hacia arriba.
- Como la fuerza magnética vale:

$$\boxed{\vec{F}_{\text{Protón}} = q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right]}$$

- Para que el protón orbite alrededor del ecuador, la fuerza magnética debe estar dirigida hacia el centro de la Tierra (actúa cómo fuerza centrípeta).
- Por tanto, hay que enviar el protón hacia el oeste.