BACHILLERATO

FÍSICA Y QUÍMICA

XI. MOVIMIENTOS EN UNA Y DOS DIMENSIONES

I.E.S. Padre Manjón
Granada

R. Artacho

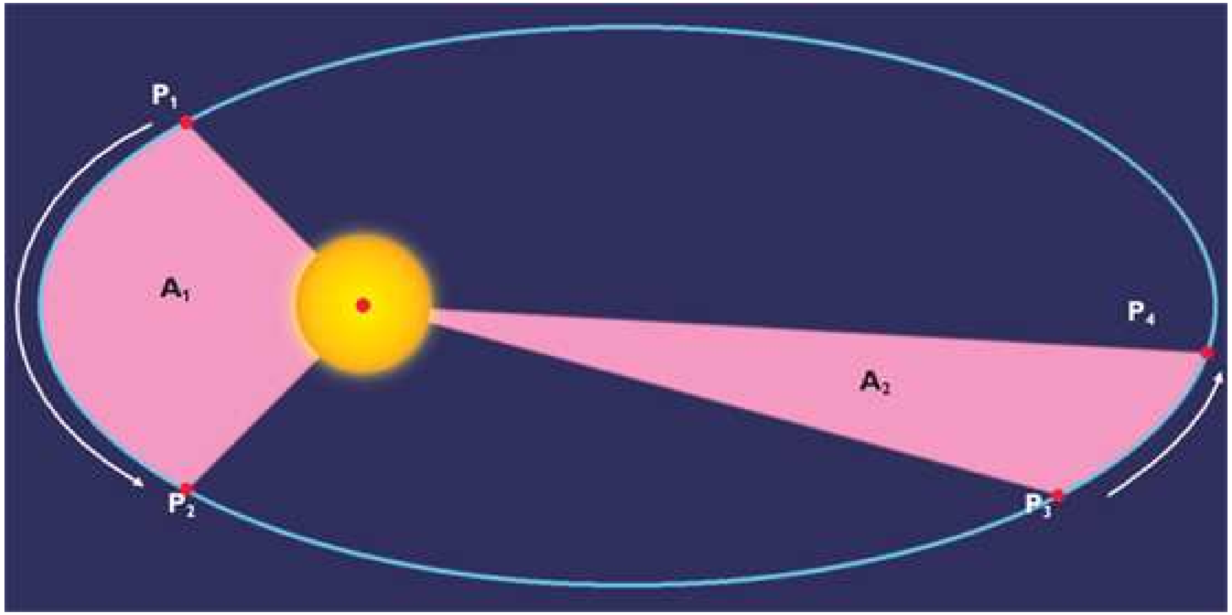
Dpto. de Física y Química

Índice

1 Descripción de los movimientos

La descripción física de un fenómeno, como el movimiento, se hace en términos de la constancia de una determinada magnitud.

Kepler encontró una regla en el movimiento planetario: "**la constancia de la velocidad areolar**"



1.1. Las ecuaciones de movimiento de los cuerpos

Las ecuaciones del movimiento permiten conocer los valores de las magnitudes cinemáticas en función del tiempo.

☞ Para determinar el estado de movimiento de un cuerpo será preciso conocer:

- La posición
- La velocidad
- La aceleración

☞ El procedimiento general para estudiar un movimiento es:

1. Determinar la magnitud que permanece constante.

2. A partir de la expresión matemática de dicha magnitud se deduce el resto.

EJERCICIO 1

Un cuerpo se mueve en la dirección *X* con una velocidad constante de valor 6 m/s. Deduce como varía su posición en función del tiempo. Si la posición inicial es cero, ¿cuál será su ecuación de la posición?

EJERCICIO 2

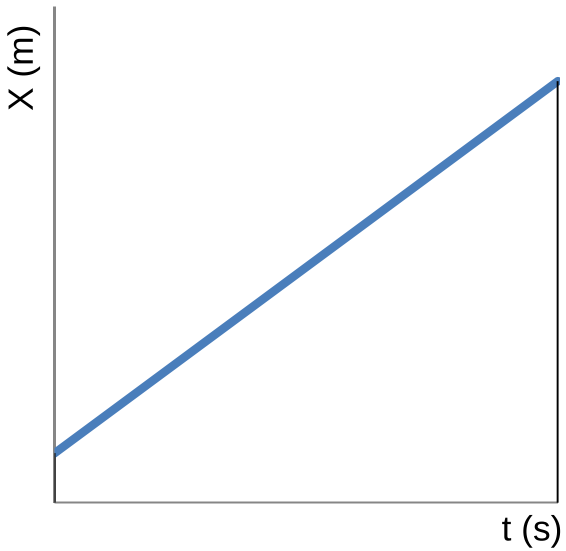
Un cuerpo que se desplaza en línea recta está sometido a una aceleración que vale 0,6 m/s^2 en la dirección y sentido del movimiento.

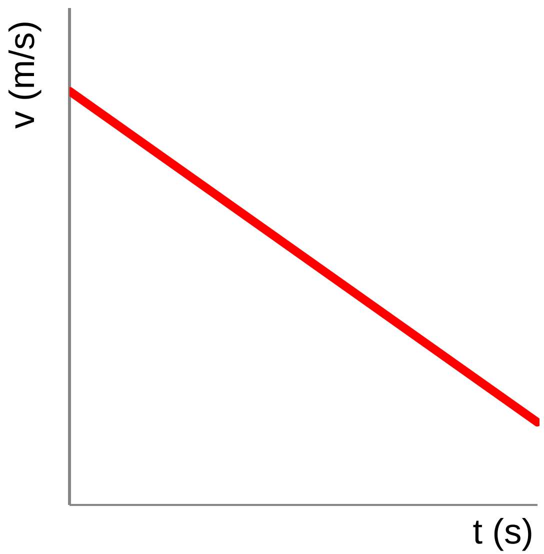
a) ¿Qué ecuaciones son necesarias para describir el movimiento?
b) ¿Cuál es la ecuación de la velocidad si partió del reposo?
c) ¿Cuál es su ecuación de velocidad si su velocidad inicial era de 5 m/s?

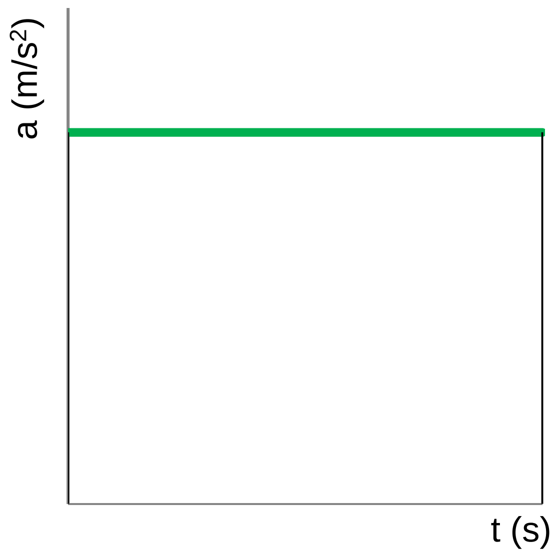
1.2. Las gráficas del movimiento

Las gráficas que representan el movimiento son:

- Posición-tiempo
- Velocidad-tiempo
- Aceleración-tiempo







EJERCICIO 3

La ecuación de posición de un cuerpo que se desplaza a lo largo de una recta viene dada por la expresión: $x = 80 - 3t^2$ m.

a) Determina sus ecuaciones de velocidad y aceleración en función del tiempo. ¿Qué significado físico tienen los signos de la velocidad y la aceleración?
b) Calcula, en intervalos de 0,5 s y durante los cinco primeros segundos, los valores de suposición y velocidad.
c) Representa, en el intervalo indicado, las gráficas x-t, v-t y a-t.

EJERCICIO 4

Un cuerpo se desplaza a lo largo de una recta con una aceleración constante de $+8{,}8$ m/s^2. Representa su gráfica v-t en los 10 primeros segundos si partió con una velocidad inicial de –2 m/s. Determina posteriormente la ecuación de la velocidad en función del tiempo. ¿En qué instante se hace cero su velocidad? ¿Vuelve a ser cero en algún otro instante?

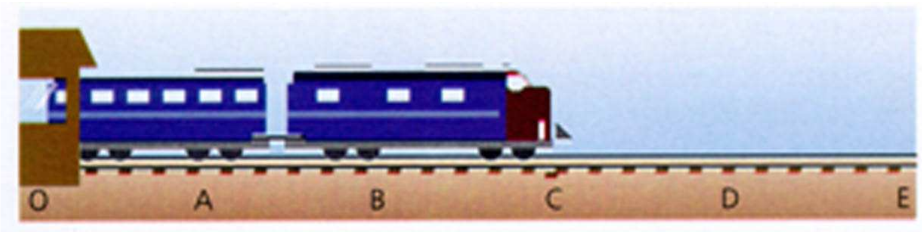
2 Movimientos en una dimensión: rectilíneos

- Un **movimiento es rectilíneo** cuando solo varía una coordenada de la posición.
- Para describirlos solo se usa la coordenada que varía.
- Para indicar el sentido se usan los signos (+) o (-) respecto al sistema de referencia elegido que debe indicarse en cada caso.

2.1. Movimiento rectilíneo y uniforme (MRU)

Es aquél que **transcurre con velocidad constante**

- La constancia de la velocidad implica constancia en su módulo, dirección y sentido.
- La constancia del módulo implica que el móvil recorre la misma distancia en intervalos de tiempo iguales.



2.1. Movimiento rectilíneo y uniforme (MRU)

Ecuación del movimiento rectilíneo y uniforme

- Al ser constante la velocidad, no existe aceleración, así pues, **la única ecuación del MRU es la de posición**.

- La velocidad media es en todo momento igual a la instantánea:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

- Despejado, obtenemos:

$$x = x_0 + v(t - t_0)$$

- En general:

$$x = x_0 \pm v(t - t_0)$$

- Tomando $t_0 = 0$:

$$\boxed{x = x_0 \pm vt}$$

EJERCICIO 5

¿Cuánto tarda la luz del Sol en llegar a nosotros teniendo en cuenta que esta estrella se halla a una distancia media de la Tierra de 149 600 000 km y que la luz se propaga aproximadamente a $3 \cdot 10^8$ ms?

EJERCICIO 6

Dos vehículos (A y B) inician simultáneamente un viaje en la misma dirección y sentido. El vehículo A, con una velocidad de 80 km/h, parte de una localidad que se halla a 30 km del vehículo B, que se desplaza a 110 km/h.

a) ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que el segundo vehículo dé alcance al primero?
b) ¿Qué distancia habrá recorrido el vehículo A en el momento del encuentro? ¿Y el vehículo b?

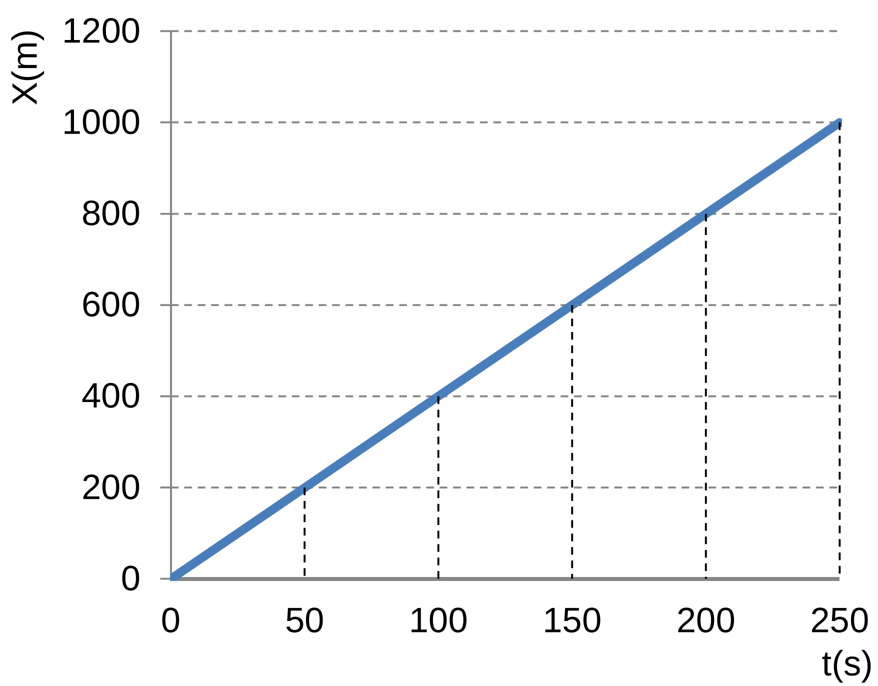
2.1. Movimiento rectilíneo y uniforme (MRU)

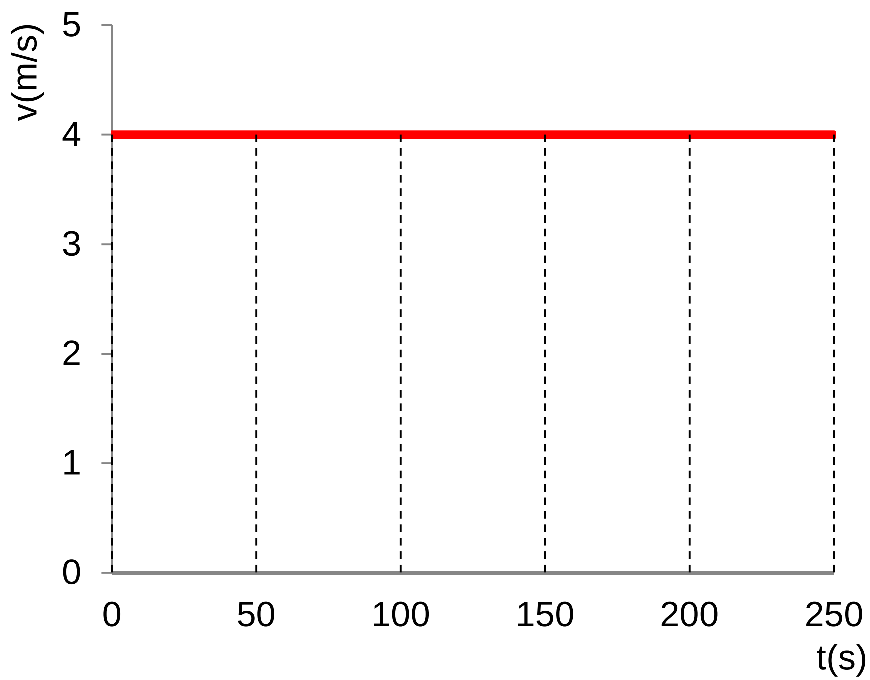
Gráficas del movimiento uniforme rectilíneo

t (s)	50	100	150	200	250
x (m)	200	400	600	800	1000

La velocidad vale:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{400 - 200}{100 - 50} = 4\ m/s$$

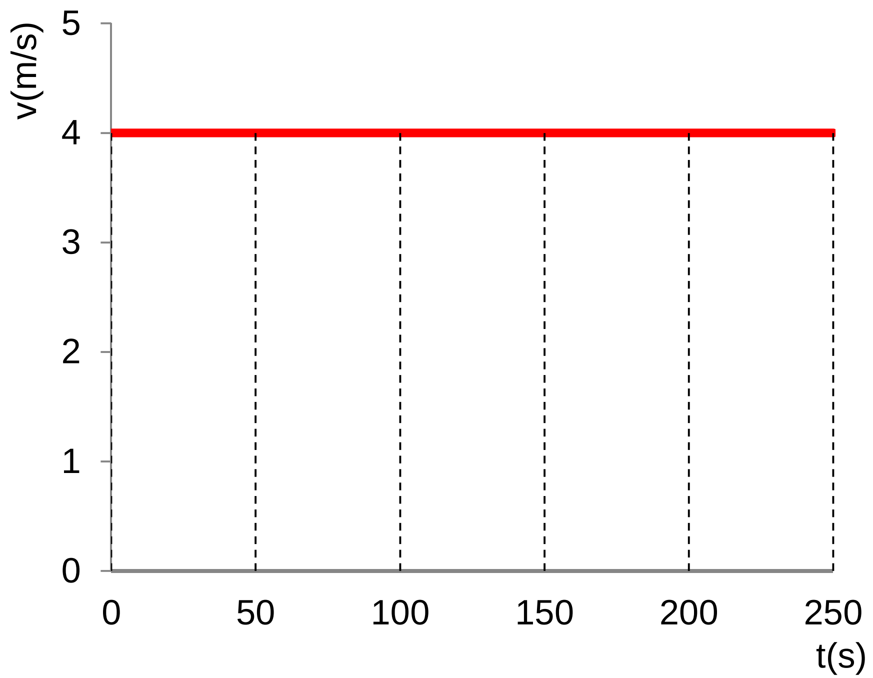




2.1. Movimiento rectilíneo y uniforme (MRU)

Gráficas del movimiento uniforme rectilíneo

Significado de la gráfica velocidad-tiempo



☞ De la ecuación de la posición, se obtiene:

$$x - x_0 = \Delta x = vt$$

☞ El **producto de vt coincide con la distancia recorrida**.

EJERCICIO 7

Las ecuaciones de movimiento de dos móviles A y B son $x_A = 5t$ y $x_B = 140 – 2t$ (ambas en m). Determina:

a) ¿Qué distancia les separa inicialmente?
b) ¿En qué sentidos relativos se mueven uno respecto al otro?
c) ¿En qué instante se cruzan?
d) Representa ambos movimientos en una misma gráfica x-t.

EJERCICIO 8

Dos vehículos (A y B) parten uno al encuentro del otro desde dos localidades que distan entre sí 400 km. El vehículo A viaja a 100 km/h, mientras que el B, que se pone en marcha un cuarto de hora después, lo hace a 120 km/h.

a) ¿Cuánto tiempo pasa desde que partió A hasta que se produce el encuentro?
b) ¿Qué distancia ha recorrido este vehículo?
c) Representan en una misma gráfica x-t el movimiento de ambos vehículos.

2.2. Movimiento rectilíneo con aceleración constante (MRUA)

La velocidad aumentan o disminuye en la misma cantidad en intervalos de tiempo iguales

☞ El hecho de que la velocidad varíe en el transcurso del movimiento hace que la descripción requiera **dos ecuaciones**: una para le **velocidad** y otra para la **posición**.

Ecuación de la velocidad

☞ La aceleración media es en todo momento igual a la instantánea:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \quad \Longrightarrow \quad v = v_0 + at$$

☞ En general:

$$\boxed{v = v_0 \pm at}$$

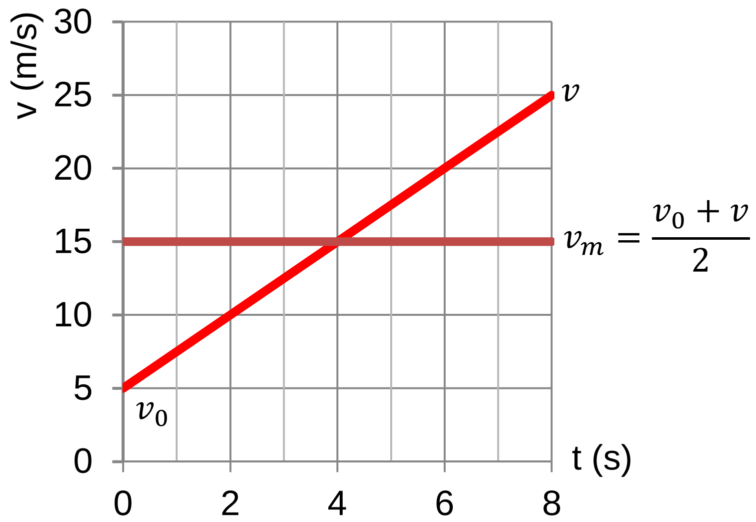
2.2. Movimiento rectilíneo con aceleración constante (MRUA)

Ecuación de la posición

Teorema de la velocidad media (teorema de Merton)

Cuando la velocidad cambia de modo uniforme desde una valor v_0 a un valor v, la distancia recorrida debe ser la misma que la que se recorrería con la velocidad promedio entre v_0 y v.

$$v_m = \frac{v_0 + v}{2}$$



☞ Podemos observar que el área del rectángulo de altura v_m (que representa la distancia recorrida con esa velocidad media) coincide con el área encerrada por la recta que va desde v_0 a v (que representa la distancia recorrida en el MRUA).

EJERCICIO 9

Un esquiador de saltos desciende con aceleración constante, de modo que duplica su velocidad de 10 m/s a 20 m/s en 3 s. Determina gráficamente la distancia recorrida en ese intervalo de tiempo.

2.2. Movimiento rectilíneo con aceleración constante (MRUA)

Ecuación de la posición

☞ El desplazamiento que efectúa un cuerpo que se mueve en una recta con aceleración constante es el mismo que el que tendría si el cuerpo se desplazase con una velocidad constante $v_m = (v_0 + v)/2$:

$$\Delta x = v_m \Delta t = \frac{v_0 + v}{2} \Delta t$$

☞ Teniendo en cuenta la expresión de la velocidad y suponiendo que $t_0 = 0$:

$$\Delta x = \frac{v_0 + (v_0 \pm at\ )}{2} t \quad \Longrightarrow \quad x - x_0 = v_0 t \pm \frac{1}{2} a t^2$$

☞ En general:

$$\boxed{x = x_0 \pm v_0 t \pm \frac{1}{2} a t^2}$$

EJERCICIO 10

La nave transbordadora *Discovery* lleva una velocidad de 720 km/h en el momento del aterrizaje. Cuando entra en contacto con el suelo, despliega los paracaídas de frenado, que, junto con los propios frenos de la nave, hacen que esta se detenga totalmente en 20 s.

a) ¿Cuál ha sido la aceleración, suponiéndola constante, de frenado?
b) ¿Qué distancia ha recorrido la nave durante el frenado?

EJERCICIO 11

Un tiesto cae sobre un viandante desde el balcón de un quinto piso que está a 13 m. ¿De cuánto tiempo dispone la persona en cuestión para evitar el golpe, si su estatura es de 1,75 m?

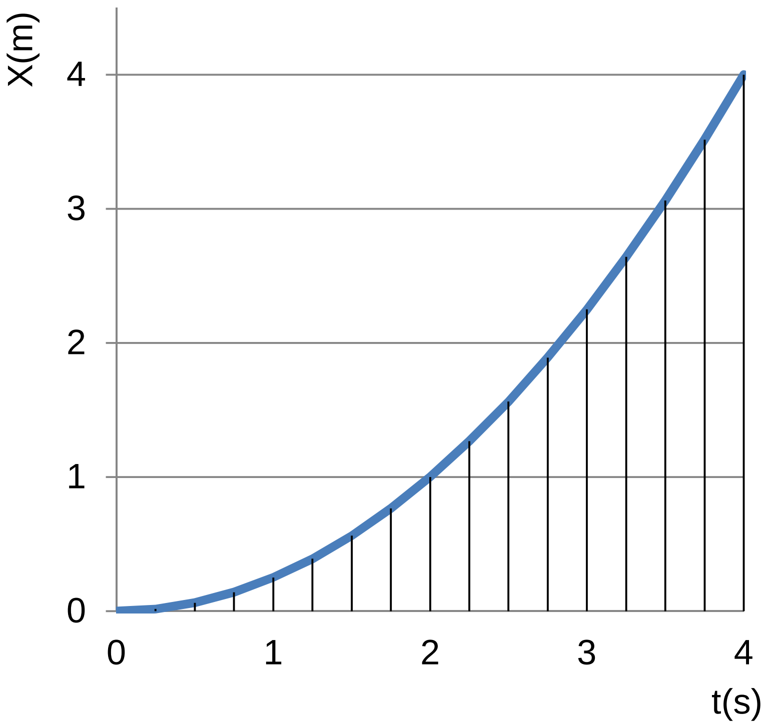
2.2. Movimiento rectilíneo con aceleración constante (MRUA)

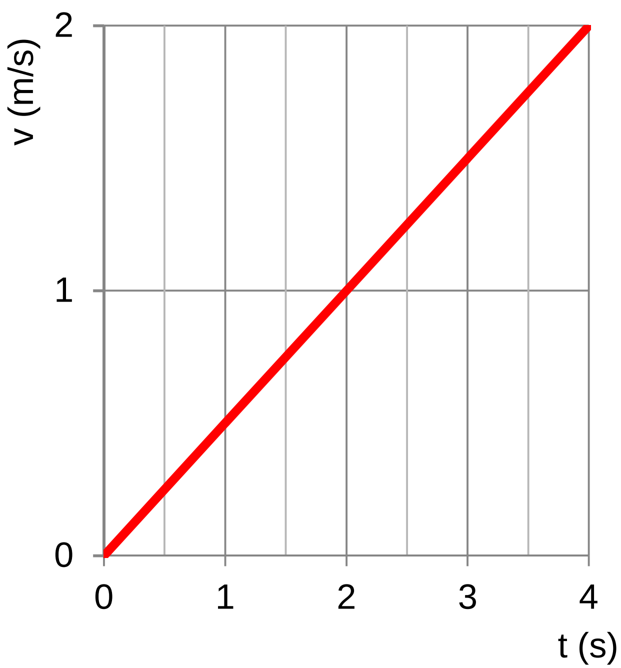
Gráficas del movimiento

t (s)	0	1	2	3	4
x (m)	0	0,25	1	2,25	4

☞ Si $x_0 = 0$, $v_0 = 0$ y $a = 0{,}5\ m/s^2$:

$$v = 0{,}5t$$





EJERCICIO 12

Construye la gráfica x-t correspondiente a la ecuación x = x0 – ½ at^2 durante los 10 primeros segundos, sabiendo que x_0 = 200 m y a = 2 m/s^2. A continuación, determina en qué tiempo x = 0.

2.3. Movimiento rectilíneo con aceleración constante en la naturaleza

La "caída libre" de los cuerpos

☞ Galileo llegó a la siguiente conclusión:

Todos los cuerpos, independientemente de su masa, caen con la misma aceleración, si despreciamos el rozamiento con el aire.

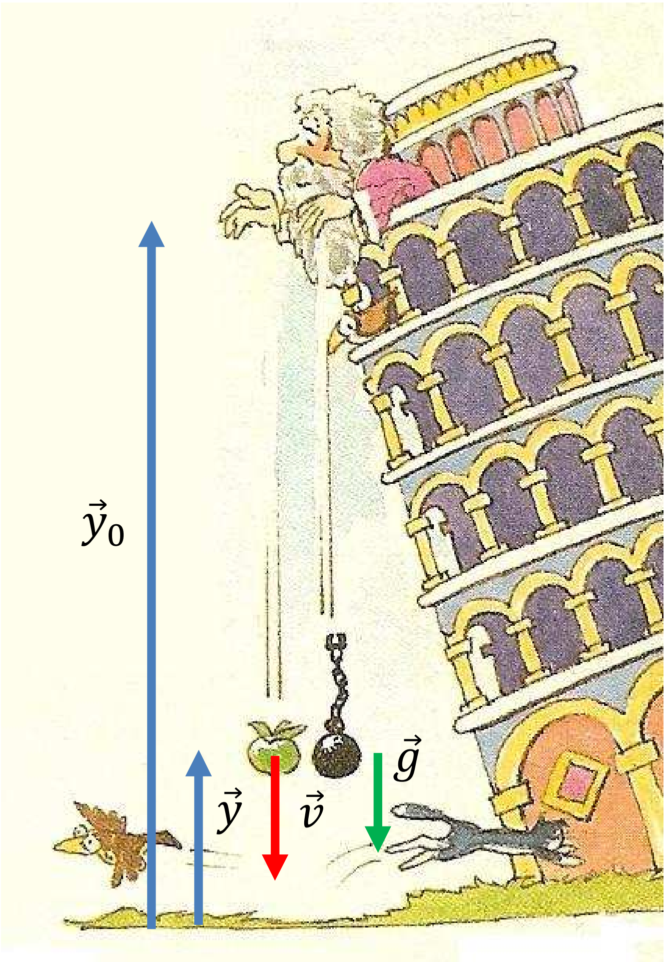
☞ La Tierra confiere a los cuerpos en su superficie o en sus cercanías una aceleración constante cuyo valor aproximado es de 9,8 m/s^2 (g), dirigida hacia el centro de la Tierra.

☞ La "caída libre" consiste en abandonar un cuerpo a una cierta altura solamente sometido a la acción de la gravedad.

2.3. Movimiento rectilíneo con aceleración constante en la naturaleza

La "caída libre" de los cuerpos

Ecuaciones de la "caída libre"



☞ Para un observador situado en el suelo:

- Ecuación de la posición:

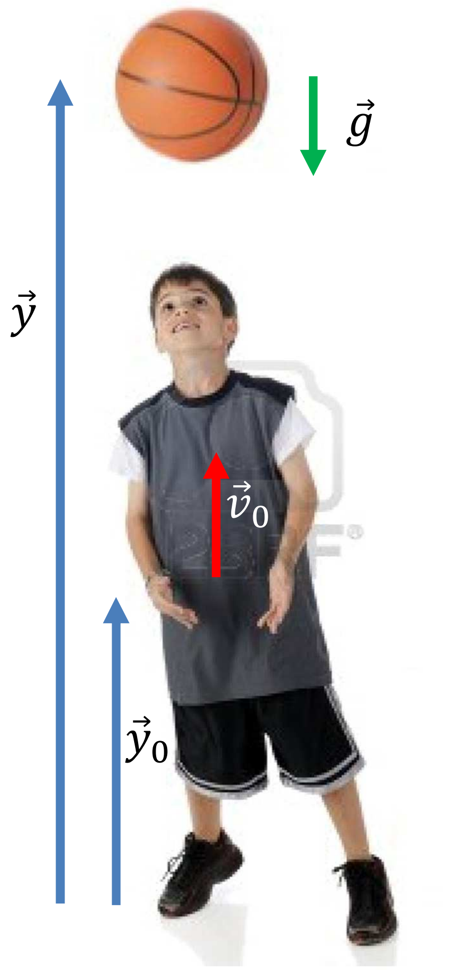
$$y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

- Ecuación de la velocidad:

$$v = -gt$$

2.3. Movimiento rectilíneo con aceleración constante en la naturaleza

Lanzamiento vertical hacia arriba



☞ Para un observador situado en el suelo:

- Ecuación de la posición:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

- Ecuación de la velocidad:

$$v = v_0 - g t$$

EJERCICIO 13

En un campeonato de salta de palanca, uno de los participantes se deja caer a la piscina desde la postura inicial de pino. Si la plataforma está a 10 m de altura:

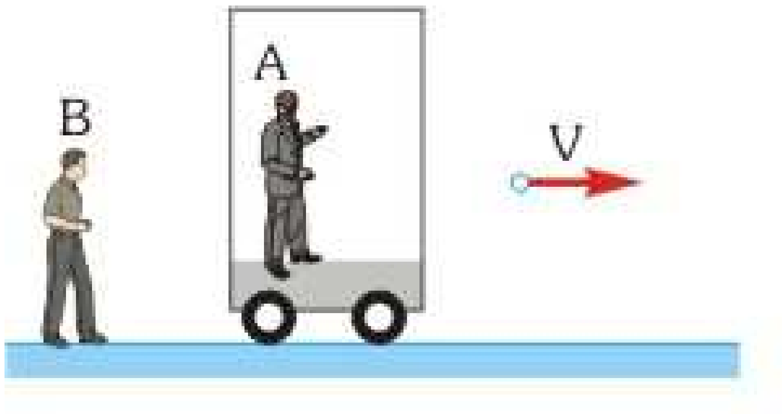
a) De cuánto tiempo dispone para ejecutar las piruetas?
b) ¿Con qué velocidad entrará en el agua?

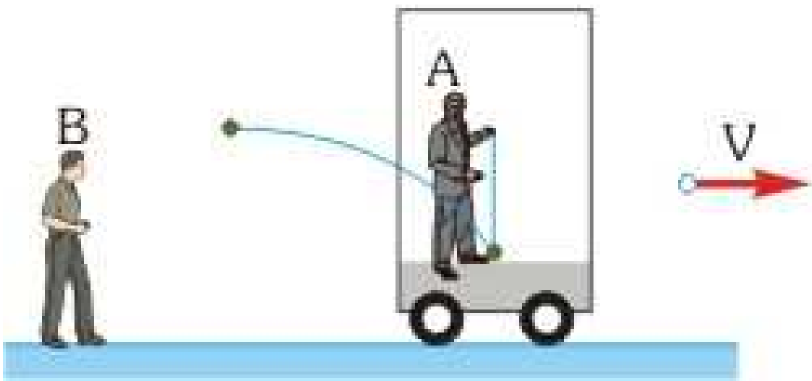
EJERCICIO 14

Si das una patada a un balón a 1 m de altura del suelo, este sale despedido verticalmente. Al cabo de 5 s el balón llega al suelo. Calcula:

a) ¿Cuál fue la velocidad con que salió disparado el balón?
b) ¿Hasta que altura asciende?
c) ¿Al cabo de cuanto tiempo vuelve a pasar por la altura inicial de 1m?

¿Movimiento curvilíneo o rectilíneo?



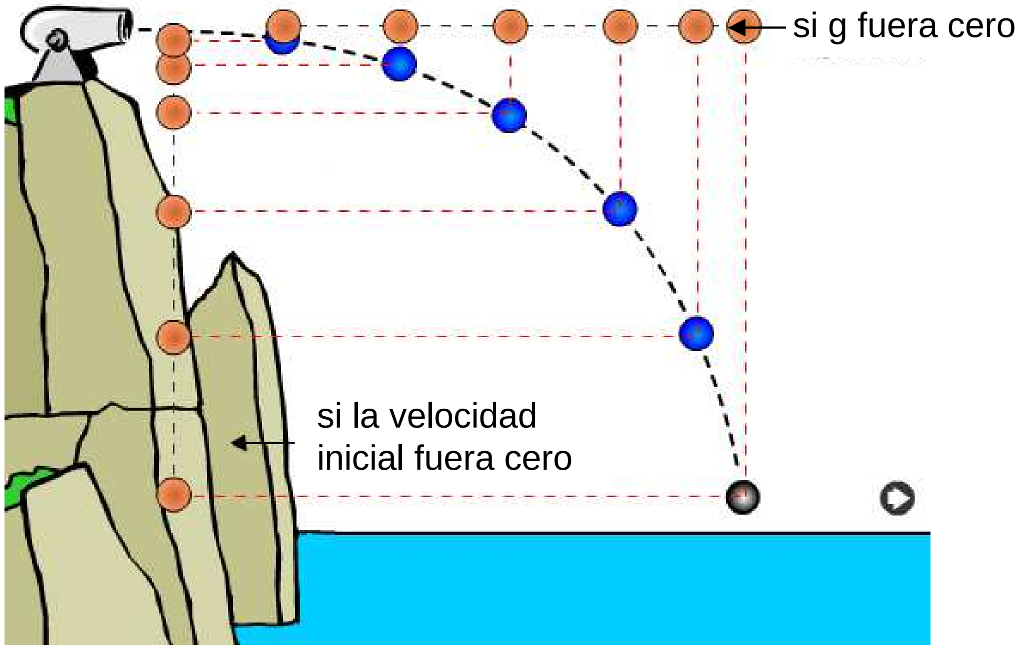


☞ El observador A, al dejar caer una piedra, verá que este describe un movimiento vertical de caída libre.

☞ El observador B verá que inicialmente la piedra posee una velocidad inicial V de dirección horizontal y, debido a esto, este describirá durante su caída un movimiento parabólico de caída libre.

Los **movimientos parabólicos** pueden ser tratados como una composición de dos movimientos rectilíneos: uno horizontal (MRU) y otro vertical con aceleración constante (MRUA).

3.1. Lanzamiento horizontal



☞ En el movimiento del objeto varían dos coordenadas de la posición:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = y_0 - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

☞ Igualmente, la velocidad se podrá conocer:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -gt \end{cases}$$

☞ El valor de la velocidad en cualquier instante:

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$

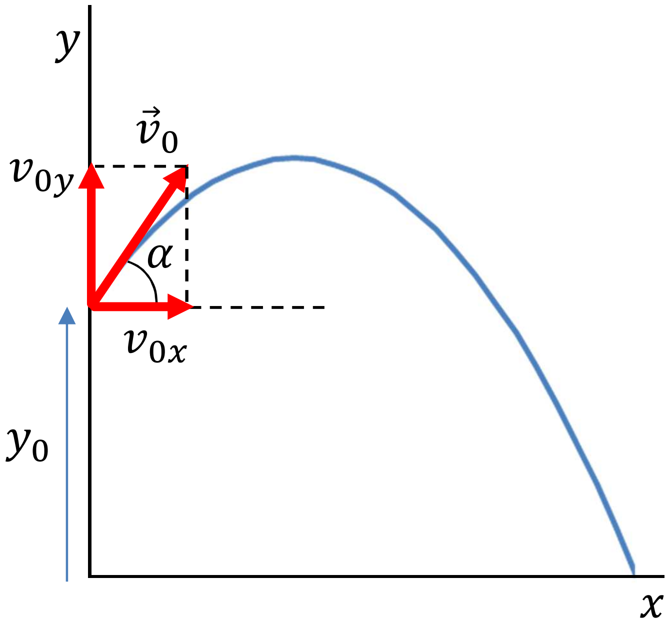
EJERCICIO 15

Establece la ecuación de la trayectoria del lanzamiento horizontal que permita conocer *y* en función de *x* o viceversa. ¿Se trata de la ecuación de una parábola?

EJERCICIO 16

Una pelota de tenis es sacada horizontalmente desde 2,20 m de altura a una velocidad de 140 km/h. ¿A qué distancia horizontal caerá? ¿Qué velocidad llevará al tocar el suelo?

3.2. Tiro oblicuo



☞ Las coordenadas de la posición:

$$\begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{oy}t - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

☞ Igualmente, la velocidad se podrá conocer:

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - gt \end{cases}$$

☞ El valor de la velocidad en cualquier instante:

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$

3.2. Tiro oblicuo

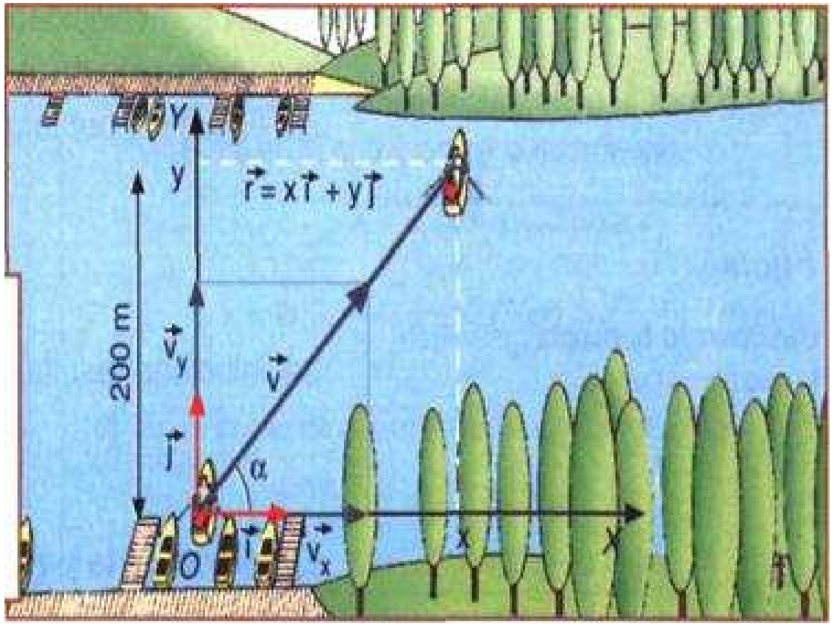
EJERCICIO 17

La aceleración lunar es unas seis veces menor que la terrestre. En una de las misiones Apolo, un astronauta dedicó parte del tiempo a jugar al golf. Si con un golpe comunicó a la pelota una velocidad de 7 m/s con un ángulo de elevación de 40º, ¿a qué distancia cayó la bola?

EJERCICIO 18

Para superar los 2,30 m de altura, un atleta salta con una velocidad de 5,1 m/s y un ángulo de 75º. Si su centro de gravedad está a 1,1 m del suelo, ¿se dan las condiciones para que pueda batir la marca?

3.3. Superposición de movimientos uniformes



☞ Se trata de la composición de dos movimientos rectilíneos uniformes perpendiculares:

$$\begin{cases} x = v_x t \\ y = v_y t \end{cases}$$

☞ La velocidad de la barca será:

$$\vec{v} = v_x \hat{\imath} + v_y \hat{\jmath}$$

☞ El módulo de la velocidad de la barca será:

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$

EJERCICIO 19

Una lancha trata de cruzar perpendicularmente un río de 100 m de ancho moviéndose con una velocidad constante en esa dirección de 8 m/s. Si la corriente del río lleva una velocidad de 12 m/s hacia la izquierda, ¿a qué distancia del punto de deseado se encontrará la embarcación al llegar a la otra orilla? ¿Qué distancia habrá recorrido en realidad?

EJERCICIO 20

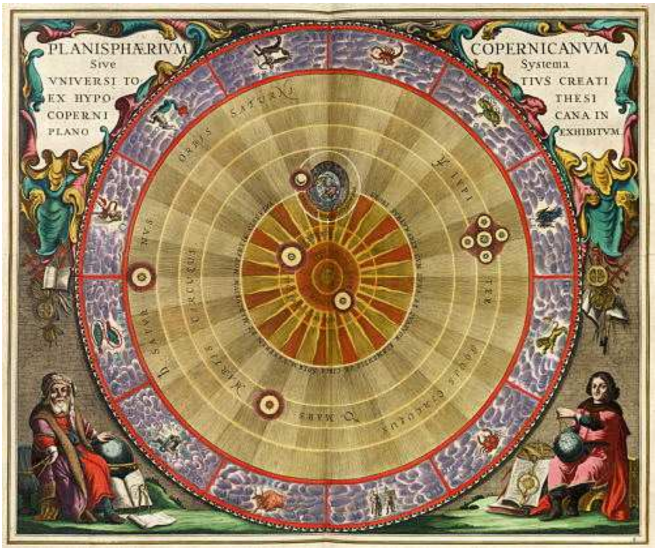
Una trainera avanza a contracorriente, mientras que un observador en reposo situado en la orilla mide su velocidad neta: 32 km/h. Sabemos que la velocidad de la corriente es de 8 km/h.

a) ¿A qué velocidad avanzaría la trainera en aguas reposadas?
b) ¿Qué velocidad neta medirá el observador de la orilla si la trainera avanzara a favor de la corriente?

3.3. Superposición de movimientos uniformes

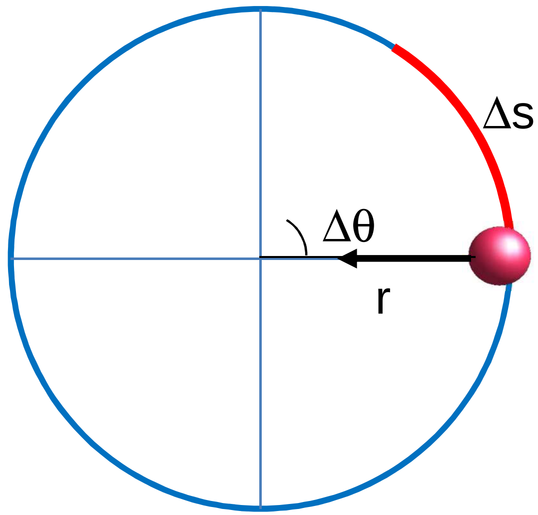
Transfiriendo datos: 50%

4.1. El movimiento circular uniforme



En el modelo **heliocéntrico**, los planetas se mueven en **círculos** alrededor del Sol

El **movimiento circular uniforme (MCU)** es un movimiento acelerado, dotado únicamente de aceleración centrípeta.

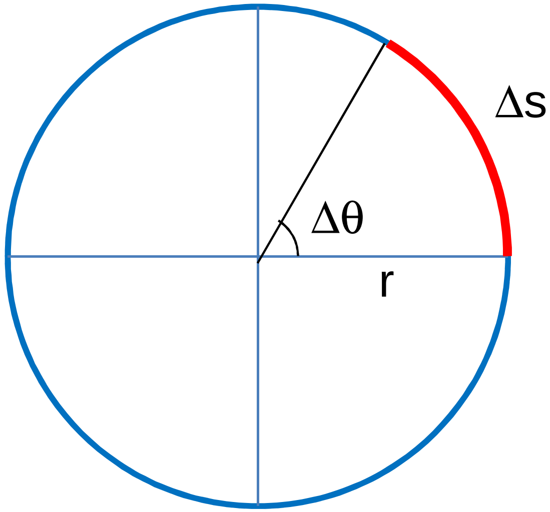


☞ Se define la **velocidad angular media** como la rapidez con que varía el ángulo descrito:

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad ({}^{rad}/{}_{s})$$

4.1. El movimiento circular uniforme

Relación entre velocidad angular y lineal



- Es evidente que debe existir una relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular.
- Según la figura:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Dado que, si el ángulo está expresado en radianes, se cumple:

$$\Delta s = R\Delta\theta$$

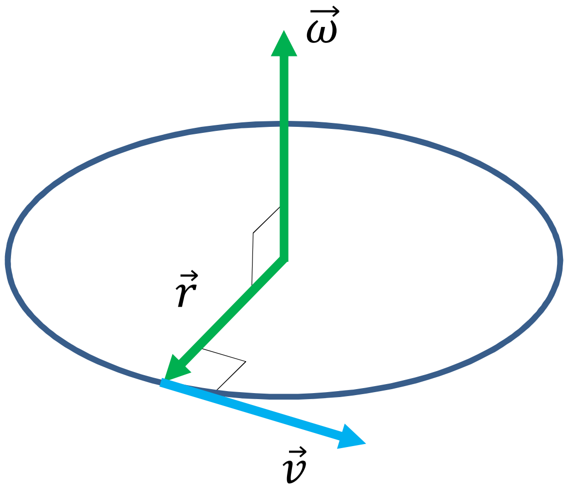
- De este modo:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = r\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \omega r$$

El **movimiento circular uniforme** es aquel cuya trayectoria es una circunferencia y que transcurre con velocidad angular constante.

4.1. El movimiento circular uniforme

Relación entre velocidad angular y lineal



☞ ¿Podría ser ω una magnitud escalar?

$$v = \omega r$$

v es perpendicular al radio R, luego:

$$\boxed{\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}}$$

☞ $\vec{\omega}$ es un vector perpendicular al plano del movimiento.

4.1. El movimiento circular uniforme

Ecuación del movimiento uniforme

☞ Al ser constante la velocidad angular, hay que determinar **el ángulo descrito en función del tiempo**:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad \Delta\theta = \omega\Delta t \qquad \Longrightarrow \qquad \theta - \theta_0 = \omega(t - t_0)$$

$$\theta = \theta_0 + \omega t$$

☞ En general:

$$\boxed{\theta = \theta_0 \pm \omega t}$$

$$v = \omega r$$

☞ Equivalente a:

$$s = s_0 \pm vt$$

4.1. El movimiento circular uniforme

Carácter periódico del MCU

☞ Dado que la posición en un MCU se repite cada cierto tiempo, también se puede estudiar en función de magnitudes periódicas:

- El **período** (T) es el **tiempo** que tarda el cuerpo en dar una vuelta completa. Se mide en **segundos**.
- La **frecuencia** (f) es el número de vueltas por unidad de tiempo. Su unidad es el s^{-1} y se denomina **herzio** (Hz).

☞ Si consideramos el ángulo descrito en una vuelta (2π) y el tiempo que tarda en describirlo (T):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

EJERCICIO 21

Un cuerpo efectúa 5 vueltas en 10 s. ¿Cuál es su período? ¿Y su frecuencia? ¿Qué relación guardan ambas magnitudes?

4.1. El movimiento circular uniforme

La aceleración centrípeta en el MCU

☞ Teniendo en cuenta la relación entre aceleración centrípeta y velocidad lineal:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

☞ Y dada la relación entre la velocidad lineal y angular, $v = \omega r$:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r$$

$$\boxed{a_c = \omega^2 r}$$

☞ A su vez, $\omega = 2\pi/T$, podemos encontrar un relación entre la aceleración centrípeta y el período

$$a_c = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

EJERCICIO 22

Sabiendo que la Luna completa su órbita alrededor de la Tierra en 27,32 días y que su distancia media es de 384 000 km, ¿cuál es la aceleración centrípeta que actúa sobre este satélite?

EJERCICIO 23

La Tierra completa una vuelta alrededor del Sol en 365 días. Si la distancia media al Sol es de 149 000 000 km, calcula la velocidad angular orbital de la Tierra y su velocidad lineal.

4.2. El movimiento circular uniformemente acelerado

☞ Cuando varía la velocidad angular de un cuerpo, se dice que está dorado de aceleración angular, α.

- La **aceleración angular** es la rapidez con que varía la velocidad angular:

$$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad o\ bien \qquad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

- La unidad de aceleración angular en el SI es el **radián por segundo al cuadrado** (rad/s^2).

☞ Se trata de una magnitud vectorial.

☞ Si α es constante, se dice que el **movimiento circular es uniformemente acelerado** (MCUA).

4.2. El movimiento circular uniformemente acelerado

Ecuaciones del MCUA

☞ A partir de la definición de aceleración angular se puede obtener la velocidad angular en función del tiempo:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t} \qquad \Longrightarrow \qquad \omega = \omega_0 + \alpha t$$

☞ Es una expresión equivalente a la de MRUA.

☞ De igual forma podemos obtener la expresión del ángulo descrito en función del tiempo:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

☞ En general:

$$\boxed{\omega = \omega_0 \pm \alpha t} \qquad \boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t \pm \frac{1}{2}\alpha t^2}$$

4.2. El movimiento circular uniformemente acelerado

Componentes intrínsecas de la aceleración en un MCUA

☞ Teniendo en cuenta las expresiones de la componentes intrínsecas:

$$a_T = \frac{dv}{dt} \qquad a_c = \frac{v^2}{r}$$

☞ Y teniendo en cuenta que $v = \omega r$:

$$a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega r)}{dt} = \frac{d\omega}{dt}r + \omega\frac{dr}{dt} = \frac{d\omega}{dt}r$$

$$\boxed{a_T = \alpha r}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r$$

$$\boxed{a_c = \omega^2 r}$$

4.2. El movimiento circular uniformemente acelerado

Equivalencias entre los movimientos rectilíneos y circulares

MOVIMIENTO UNIFORME	
Rectilíneo	Circular
$x = x_0 \pm vt$	$\theta = \theta_0 \pm \omega t$

MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO	
Rectilíneo	Circular
$x = x_0 + v_0 t \pm \frac{1}{2} a t^2$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t \pm \frac{1}{2} \alpha t^2$
$v = v_0 \pm at$	$\omega = \omega_0 \pm \alpha t$